



CENTRO UNIVERSITÁRIO UNIVATES  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO *STRICTO SENSU*  
MESTRADO PROFISSIONAL EM ENSINO DE CIÊNCIAS EXATAS

**MODELAGEM MATEMÁTICA E SUAS IMPLICAÇÕES PARA O  
ENSINO E A APRENDIZAGEM DA MATEMÁTICA NO 5º ANO DO  
ENSINO FUNDAMENTAL EM DUAS ESCOLAS PÚBLICAS DO VALE  
DO TAQUARI**

Elise Cândida Dente

Lajeado, maio de 2017

Elise Cândida Dente

**MODELAGEM MATEMÁTICA E SUAS IMPLICAÇÕES PARA O  
ENSINO E A APRENDIZAGEM DA MATEMÁTICA NO 5º ANO DO  
ENSINO FUNDAMENTAL EM DUAS ESCOLAS PÚBLICAS DO VALE  
DO TAQUARI**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação, Mestrado Profissional em Ensino de Ciências Exatas, do Centro Universitário UNIVATES, como parte da exigência para a obtenção do grau de Mestre em Ensino de Ciências Exatas, na linha de pesquisa Tecnologias, Metodologias e Recursos Didáticos para o Ensino de Ciências e Matemática.

Orientadora: Profa. Dra. Márcia Jussara Hepp Rehfeldt

Coorientadora: Profa. Dra. Marli Teresinha Quartieri

Lajeado, maio de 2017

## **AGRADECIMENTOS**

É chegado o momento de agradecer aos que contribuíram para que esta etapa muito importante da minha vida pudesse ser possível. Meu muito obrigado:

Aos meus pais, Orival Dente e Rosane Maria Dente, por todos os ensinamentos, exemplos e valores dados ao longo da vida. Sem eles não teria me tornado esta pessoa sonhadora e lutadora, capaz de percorrer caminhos incertos e alçar altos voos.

À minha irmã Nicole Maira Dente, minha companheira para vida, e que não mediu esforços para digitalizar, digitar e me abraçar quando precisei.

Ao meu companheiro, André Luís Franz, que soube entender os momentos de ausência quando estava em aula, eventos, ou sentada no escritório escrevendo; sempre oferecendo o ombro e secando as lágrimas das incertezas, quando o desespero batia.

À minha orientadora, Professora doutora Márcia Jussara Hepp Rehfeldt, por todos os momentos disponibilizados para a leitura cuidadosa do meu trabalho e pelas excelentes contribuições dadas para qualificar esta dissertação. Também agradeço os colos oferecidos, os abraços dados, as palavras de incentivo professadas - você fez a diferença na minha vida.

À minha coorientadora, Professora doutora Marli Teresinha Quartieri, que também sempre esteve disponível para discutir, ler e apontar sugestões que pudessem melhorar minha escrita, qualificando este trabalho. Obrigada por todas as

conversas, alentos e cuias de chimarrão regadas a muitas gargalhadas para desopilar.

Ao grupo observatório da educação, coordenado pela minha eterna *boss* leda Maria Giongo. Pelas discussões e compartilhamento de experiências que levarei para toda a minha vida profissional. À CAPES, pelo apoio financeiro.

Aos meus colegas de mestrado, André Gestberger, Ludmila Maccali e Tatiane Cristine Bernstein, por todo o apoio dado, fazendo com que os medos e angústias se tornassem mais fáceis de serem encarados.

Às duas escolas do Vale do Taquari que abriram as portas para que pudesse desenvolver minha prática pedagógica e coletar os dados desta pesquisa. Ainda meu muito obrigado às professoras titulares de ambas as turmas pela cedência do espaço. E aos discentes, sujeitos desta pesquisa - sem vocês, nada teria sido possível.

À banca examinadora, pelo tempo dispensado para leitura cuidadosa do meu trabalho, e pelas contribuições que qualificaram minha dissertação.

Às professoras doutoras, Maria Madalena Dullius e Sônia Elisa Marchi Gonzatti, pela oportunidade de me inserir nos caminhos da pesquisa ainda na graduação. Foram conhecimentos e vivências que levarei para toda vida.

Aos meus colegas de trabalho do colégio Sinodal Conventos e Escola Estadual de Ensino Médio Estrela, por todas as palavras de conforto nos momentos de cansaço e desânimo. Desculpa pelas ausências.

Aos amigos e familiares que compreenderam minha ausência em diversos momentos.

Por fim, obrigada a todos que estiveram ao meu lado, me incentivando e professando palavras de carinho. Estas atitudes certamente tornaram o caminho mais fácil.

## RESUMO

Esta dissertação aborda uma prática pedagógica explorada à luz da Modelagem Matemática, na perspectiva de Burak e Aragão (2012). A pesquisa foi norteadada pela questão: Quais as implicações de uma prática pedagógica alicerçada na Modelagem Matemática no 5º Ano do Ensino Fundamental em duas escolas públicas do Vale do Taquari? O objetivo geral foi investigar as implicações de uma prática pedagógica, alicerçada na Modelagem Matemática, em duas turmas de 5º ano do Ensino Fundamental, de duas escolas públicas do Vale do Taquari, envolvendo quarenta e sete discentes. A fim de alcançar o referido objetivo, foram realizados dez encontros de duas horas cada, e os registros das ações desenvolvidas neste período foram feitos no diário de bordo da pesquisadora, no caderno de registros dos alunos, em gravações de áudio e vídeo e em fotografias. A pesquisa foi de cunho qualitativo, com características de estudo de caso. A análise dos dados foi realizada por meio dos pressupostos da análise textual discursiva (MORAES; GALIAZZI, 2013). Para tal, foram elencadas três categorias *a priori*, as quais são, “Conteúdos matemáticos emergentes”, “Trabalho de grupo” e “Aluno pesquisador”, também emergindo algumas questões para pensar. Os resultados apontaram: a) que durante as atividades de Modelagem Matemática os discentes precisaram construir conhecimentos matemáticos, pois não tinham saberes provisórios para resolver alguns problemas, bem como para ressignificar e utilizar conceitos já presentes na sua caminhada escolar. Nesse sentido, os conteúdos matemáticos abordados foram a porcentagem, a transformação de unidades de medidas, os números decimais, o tratamento de dados, noções de perímetro e de área; b) que, no trabalho em grupo, houve construção coletiva do conhecimento. Esta forma de trabalho proporcionou discussões que qualificaram os trabalhos. Em cada grupo de trabalho um líder surgiu de maneira natural, e teve papel fundamental na organização de sua equipe, incentivando, questionando e delegando tarefas; c) que os alunos adotaram a postura de alunos pesquisadores em diversos momentos, mas principalmente em instâncias nas quais buscaram informações fora da sala de aula. Um recurso que otimizou este trabalho foi a utilização da *internet* em mídias como o *notebook* e o celular; d) que emergiram algumas questões para se pensar, tais como, trabalho em grupo, vivências da pesquisa dos discentes e a importância das percepções da professora-pesquisadora para a definição do tema a ser abordado.

**Palavras-chave:** Modelagem Matemática. Anos Iniciais. Brincar. Corpo Humano.

## ABSTRACT

This dissertation covers a pedagogical practice explored in the light of Mathematical Modeling under the perspective of Burak & Aragão (2012). The research was guided by the following question: What are the implications of a pedagogical practice founded on Mathematical Modeling in the 5th year of Elementary Education at two public schools in the Vale do Taquari? The general objective was to investigate the implications of a pedagogical practice founded on Mathematic Modeling in two Elementary Education 5th year classes at two public schools in the Vale do Taquari involving forty seven students. The above mentioned objective was attained through ten meetings that lasted two hours each, with the records of the actions developed within that period registered in the researchers log book, the students registry book, audio and video recordings and photographs. The research is of a qualitative nature with case study characteristics. Analysis was carried out by means of the discursive textual analysis presuppositions (MORAES; GALIAZZI, 2013). For such, three categories were firstly listed, namely “Emerging mathematical contents”, “Group work” and “Researcher student”, and also some issues were raised to think about. The results pointed that: a) during the Mathematical Modeling activities, students were required to build mathematical knowledge as they did not hold provisional pieces of knowledge to solve some problems, as well as to resignify and utilize concepts that were already present in their school trail. In that sense, the mathematical contents covered were percentages, units of measure transformation, decimals, data handling, notions of perimeter and area; b) during the group work, there was a collective construction of knowledge. This form of working allowed for discussions that qualified the tasks. In each work group a leader appeared naturally who played a fundamental role in organization their team by encouraging, questioning and delegating tasks; c) students adopted the posture of researcher students at several instances, especially during those in which they sought information outside the classroom. One resource that optimized this work was the use of the Internet through medias such as notebooks and mobile phones; d) some questions arose to be thought about, such as group work, students' experiences as researchers, and how important the perceptions of the teacher-researcher was to define the topic to be covered.

**Keywords:** Mathematical Modeling. Early Years. Playing. Human Body.

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Registro do cálculo de determinação da massa de gordura no cérebro.....	44
Figura 2 - Organização do modelo matemático.....	51
Figura 3 - Registro do novo modelo proposto pelo grupo que modelou a altura .....	52
Figura 4 - Representação das medidas para definição do número da beleza .....	54
Figura 5 - Realização das medições para determinação do número da beleza .....	55
Figura 6 - Alunos fazendo a medida das dimensões das quadras de vôlei e de futebol .....	61
Figura 7 - Sistematização dos resultados das medições da quadra de vôlei .....	63
Figura 8 - Sistematização dos resultados das medições da quadra de futebol.....	63
Figura 9 - Alunos brincando de pega-pega sobre as linhas das quadras.....	64
Figura 10 - Determinação da distância percorrida durante a brincadeira de pega-pega .....	65
Figura 11 - Vestido parcialmente coberto pelos quadradinhos.....	66
Figura 12 - Calça sendo coberta .....	67
Figura 13 - Relato das dúvidas acerca do subtema .....	72
Figura 14 - Interação entre o grupo no laboratório de informática.....	74
Figura 15 - Interação do grupo em sala de aula.....	75
Figura 16 - Grupo articulando a coleta de dados .....	75
Figura 17 - Alunos utilizando o computador para a pesquisa.....	80
Figura 18 - Lista de animais para definição da frequência audível de cada um .....	82

## LISTA DE QUADROS

Quadro 1 - Classificação dos casos de Modelagem Matemática .....	17
Quadro 2 - Síntese dos resultados obtidos no portal de dissertação e teses da CAPES .....	22
Quadro 3 - Trabalhos publicados no ICTMA – 17, 9ª CNMEM e VI EPMEM .....	25
Quadro 4 - Atividades desenvolvidas por grupo.....	36
Quadro 5 - Síntese dos instrumentos utilizados para a construção das categorias.....	41
Quadro 6 - Passo a passo seguido pelos alunos para definição do número do calçado a partir do tamanho do pé .....	46
Quadro 7 - Cartaz de apresentação do subtema - Altura.....	53
Quadro 8 - Cartaz de apresentação do subtema - Número da beleza .....	56
Quadro 9 - Quadro de gasto calórico .....	57
Quadro 10 - Cartaz de apresentação do subtema ilustrando a gordura cerebral.....	58
Quadro 11 - Cartaz de apresentação do subtema - Sistema circulatório .....	60
Quadro 12 - Cartaz de apresentação do subtema - Frequência do som.....	81



## SUMÁRIO

<b>1 INTRODUÇÃO .....</b>	<b>10</b>
<b>2 REFERENCIAL TEÓRICO.....</b>	<b>15</b>
2.1 Modelagem Matemática – histórico e concepções .....	15
2.2 Estado da arte acerca da Modelagem Matemática nos Anos Iniciais.....	21
<b>3 PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS.....</b>	<b>30</b>
3.1 Caracterização da pesquisa e os instrumentos de coleta de dados .....	30
3.2 Detalhamento das atividades .....	32
3.3 Análise dos dados.....	40
<b>4 ANÁLISE DOS DADOS .....</b>	<b>42</b>
4.1 Categorias a priori.....	42
4.1.1 Conteúdos matemáticos emergentes.....	42
4.1.2 Trabalho de grupo .....	69
4.1.3 Aluno pesquisador .....	77
4.2 Questões para pensar .....	83
<b>5 CONSIDERAÇÕES FINAIS .....</b>	<b>86</b>
<b>REFERÊNCIAS.....</b>	<b>90</b>
<b>APÊNDICES .....</b>	<b>95</b>
APÊNDICE A - Capa do caderno de registros.....	96
APÊNDICE B - Termo de concordância escola A .....	97
APÊNDICE C - Termo de concordância escola B .....	98
APÊNDICE D - Termo de consentimento alunos .....	99
APÊNDICE E - Questionário Inicial .....	100
APÊNDICE F - Subtema: Gordura cerebral (Aluno 1; Aluno 2; Aluno 3; Aluno 4) .....	101
APÊNDICE G - Subtema: Frequência do som (Aluno 1; Aluno 2; Aluno 3; Aluno 4).....	105

APÊNDICE H - Subtema: Tamanho do pé (Aluno 1; Aluno 2; Aluno 3; Aluno 4)	107
APÊNDICE I - Subtema: Altura (Aluno 1; Aluno 2; Aluno 3; Aluno 4)	110
APÊNDICE J - Subtema: Sistema Circulatório (Aluno 1; Aluno 2; Aluno 3; Aluno 4)	113
APÊNDICE K - Subtema: Número da beleza (Aluno 1; Aluno 2; Aluno 3; Aluno 4)	116
APÊNDICE L - Subtema: Futebol (Aluno 1; Aluno 2; Aluno 3; Aluno 4)	119
APÊNDICE M - Subtema: Vôlei (Aluno 1; Aluno 2; Aluno 3; Aluno 4)	122
APÊNDICE N - Subtema: Jogos eletrônicos (Aluno 1; Aluno 2; Aluno 3; Aluno 4)	126
APÊNDICE O - Subtema: Jogos coletivos (pega-pega/ caçador) (Aluno 1; Aluno 2; Aluno 3; Aluno 4)	128
APÊNDICE P - Subtema: Bicicleta (Aluno 1; Aluno 2; Aluno 3; Aluno 4)	131
APÊNDICE Q - Subtema: Boneca/escolinha (Aluno 1; Aluno 2; Aluno 3; Aluno 4)	133
APÊNDICE R - Questionário final	135

## 1 INTRODUÇÃO

A sociedade está em constantes transformações, o que nos coloca diante de uma cultura de aprendizagem, na qual não existem mais verdades absolutas, mas sim, conhecimentos voláteis. Nessa perspectiva, para Pozo (2007), a escola não é mais a principal fonte de informação e disseminação do saber, passando a assumir novos compromissos, principalmente na formação do cidadão, haja vista que existe uma necessidade de se formar discentes flexíveis e críticos que possam interpretar e intervir na sociedade do conhecimento.

Nesse cenário de mudanças educacionais, alguns fatos parecem persistir e um dos que destaco, a fim de promover discussões e trilhar novos caminhos, é o temor da Matemática. Essa disciplina, habitualmente, é tida como difícil, não sendo compreendida e fazendo pouco sentido aos discentes (SILVA; KLÜBER, 2012). No que tange à transformação na forma de abordá-la, os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs) já sugerem uma Matemática capaz de formar cidadãos críticos, criativos e que desenvolvam ferramentas capazes de transformar a sociedade (BRASIL, 1997). No entanto, a escola brasileira ainda se mostra antagônica no que tange às mudanças, pois muitas vezes o ensino da Matemática vem sendo alicerçado na simples repetição e reprodução. Essa descontextualização pode ser uma das justificativas para o baixo rendimento escolar (reprovação).

Nesse contexto, desenvolve-se, no Centro Universitário UNIVATES, a pesquisa intitulada “Estratégias Metodológicas visando à Inovação e Reorganização Curricular no Campo da Educação Matemática no Ensino Fundamental”. Esta tem por objetivo problematizar e propor estratégias metodológicas com vistas à inovação

e reorganização curricular da Matemática em Escolas de Educação Básica, que apresentam considerável distância entre o IDEB relativo à 4ª série/5º ano e 8ª série/9º ano. Para isso, conta com a parceria de seis escolas do Vale do Taquari escolhidas devido à discrepância entre os índices do IDEB do 5º e 9º anos. Entre os pesquisadores estão quatro professores do ensino superior, sendo três da área da Matemática e uma da área da Pedagogia, três mestrandos do Programa de Pós-graduação Mestrado Profissional em Ensino de Ciências Exatas (PPGECE), seis professores da Educação Básica advindos das escolas parceiras e seis bolsistas de Iniciação Científica, graduandos da instituição, de diferentes cursos.

A pesquisa é financiada pela Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES), por meio do Programa Observatório da Educação, que pretende fomentar estudos e pesquisas em educação, que utilizem a infraestrutura disponível das Instituições de Educação Superior – IES e as bases de dados existentes no INEP. O programa visa, principalmente, a proporcionar a articulação entre pós-graduação, licenciaturas e escolas de educação básica e estimular a produção acadêmica e a formação de recursos pós-graduados, em nível de mestrado e doutorado (BRASIL, 2014).

Em especial, a referida pesquisa está alicerçada em três tendências no âmbito da Educação Matemática - a Modelagem Matemática, a Etnomatemática e a Investigação Matemática - que estão sendo estudadas e discutidas no grupo de pesquisa. Diversas práticas pedagógicas, à luz dessas tendências, foram exploradas pelos docentes envolvidos. Também já foram produzidas três dissertações<sup>1</sup>, cada uma explorando uma das tendências supramencionadas.

Diante dessa contextualização e como bolsista de mestrado dessa pesquisa, desenvolvi minha intervenção pedagógica em Modelagem Matemática, em duas turmas de 5º ano do Ensino Fundamental, de duas das escolas parceiras da pesquisa<sup>2</sup>, nas quais atuei como professora-pesquisadora. A escola A está

---

<sup>1</sup> **PERANSONI, Ademir de C. M.** “Formação de grupos de estudos com professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental na perspectiva da etnomatemática”; **SCHMITT, Fernanda E.** “Abordando geometria por meio da investigação matemática: um comparativo entre o 5º e 9º anos do Ensino Fundamental”; **ZIEGLER, Janaína de R.** “Modelagem Matemática e o esporte: uma proposta de ensino e aprendizagem com alunos do 6º ano do Ensino Fundamental de duas escolas”.

<sup>2</sup> As escolas serão nomeadas de escola A e escola B para preservar o anonimato.

localizada na zona urbana do município, tendo o total de 1055 discentes, nos três turnos. Contempla os três níveis de ensino, do 1º ao 9º ano no Ensino Fundamental e do 1º ao 3º ano do Ensino Médio. A escola dispõe de duas salas de informática, sala multifuncional, sala de vídeo, quadra coberta e um amplo espaço físico para as salas de aula. Para o desenvolvimento das atividades, organização dos espaços e administração, conta com 65 docentes e 15 funcionários. A turma de 5º ano do Ensino Fundamental, participante desta pesquisa, era composta por 25 alunos, sendo 11 meninas e 14 meninos, na faixa etária de 10 a 11 anos. O grupo em questão gostava de matemática e alguns discentes expressaram adorar a disciplina.

A escola B também está localizada na zona urbana de outro município, tendo em torno de 500 alunos matriculados. A estrutura física dispõe de sala de informática, sala de recursos, sala de jogo e ginásio de esportes. Para organização, exploração e administração desses espaços, conta com cerca de 50 funcionários, entre professores e demais funções. A turma desta escola, em que foi desenvolvida esta pesquisa, era composta por 22 alunos, sendo 10 meninas e 12 meninos, na faixa etária entre 10 a 12 anos. Nessa turma, a maioria dos discentes gostava de matemática, mas, ao contrário da escola A, alguns afirmaram detestar a disciplina.

Depois de descrever os sujeitos da pesquisa, destaco que esta dissertação foi elaborada e fundamentada na Modelagem Matemática, como uma metodologia de ensino e aprendizagem com vistas a buscar a formação de cidadãos autônomos capazes de tomar decisão, de trabalhar em grupo e promover mudanças na comunidade (BURAK; ARAGÃO, 2012).

Nessa perspectiva, o tema que norteia esta pesquisa é **“Modelagem Matemática e suas implicações sobre o desenvolvimento de atitudes investigativas e habilidades para resolver desafios, com alunos de 5º ano do Ensino Fundamental”**. O problema contemplou a seguinte questão de pesquisa: **Quais as implicações de uma prática pedagógica, envolvendo Modelagem Matemática, sobre o desenvolvimento de atitudes investigativas e habilidades para resolver desafios, com alunos de 5º ano do Ensino Fundamental?**

O objetivo geral é investigar as **implicações de uma prática pedagógica efetivada sobre o desenvolvimento de atitudes investigativas e habilidades**

**para resolver desafios, com alunos de 5º ano do Ensino Fundamental.**

Já os objetivos específicos são:

- Averiguar o tema de interesse dos discentes de duas turmas de 5º ano dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental, de duas escolas do Vale do Taquari;
- Instigar os discentes para que tenham uma postura de pesquisadores frente aos desafios que surgirem durante o desenvolvimento da prática pedagógica;
- Estimular o trabalho em grupo a fim de viabilizar a troca de experiência e para qualificar e aprofundar as discussões acerca da temática escolhida;
- Identificar e explorar conteúdos matemáticos emergentes durante as atividades de Modelagem Matemática a partir do tema de interesse das duas turmas de 5º ano do Ensino Fundamental.

Ao refletir acerca de minha prática de seis anos como docente das disciplinas de Matemática, Química e Física, e ao reviver os importantes momentos de aprendizado como bolsista durante a graduação, senti a necessidade de buscar novas vivências no âmbito das Ciências Exatas. Pois, em tempos de tantas mudanças, torna-se imprescindível repensar e transformar os processos de ensino e de aprendizagem. Um dos caminhos encontrados para tal foi a participação na seleção para o Programa de Pós-graduação em Ensino de Ciências Exatas (PPGECE).

Nesse processo, optei pela linha de pesquisa Tecnologias, metodologias e recursos didáticos para o ensino de Ciências e Matemática, com o interesse principal em investigar metodologias diferenciadas. Ao fim da seleção fui aprovada e, na primeira conversa com minha orientadora, fui convidada a aprofundar meus conhecimentos acerca da Modelagem Matemática, metodologia pela qual ela demonstra grande paixão e que, após várias leituras e discussões, também me encantou.

Durante o caminho de aquisição de conhecimentos, por meio de várias leituras acerca dessa metodologia, pude perceber o seu potencial nos processos de

ensino e de aprendizagem, bem como uma possibilidade de realizar atividades à luz da modelagem nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental. Essa relação atribuo à pequena experiência, de cinco anos, adquirida durante minha formação no Curso Normal, em nível médio, e por acreditar que os primeiros degraus de um discente na escola são essenciais para sua posterior formação.

Após esta introdução, na qual apresentei a questão que norteou a pesquisa desenvolvida, os objetivos, a caracterização do local da coleta de dados, minha trajetória na docência e as motivações para a realização deste estudo, no próximo capítulo explico o referencial teórico que apoiou meu estudo.

Apresento, inicialmente, o momento histórico em que a Modelagem Matemática surgiu como uma metodologia de ensino e de aprendizagem na Educação Básica. Após, descrevo um panorama das propostas dos autores clássicos dessa área, inferindo também a relação docente/discente neste processo. Ao finalizar, aponto quem me guiou durante minha prática pedagógica. Ainda neste capítulo, há uma seção em que apresento o estado da arte, que me encorajou ainda mais na elaboração desta proposta.

Já no terceiro capítulo, descrevo os procedimentos metodológicos utilizados para coleta de dados e as atividades exploradas na prática pedagógica. Também relato o método empregado para a análise dos dados. Na sequência, no quarto capítulo, apresento os resultados da pesquisa, juntamente com as reflexões acerca deste. Este bloco está dividido em dois subcapítulos, sendo que o primeiro se refere às categorias *a priori* que são: “Conteúdos Matemáticos emergentes”, “trabalho em grupo” e “aluno pesquisador”. Já o segundo se traz Questões para pensar

No quinto capítulo apresento as considerações finais e reflexões globais sobre o trabalho desenvolvido. Após essas narrativas, ainda trago as referências que sustentam esta dissertação, bem como alguns apêndices.

## **2 REFERENCIAL TEÓRICO**

Neste capítulo apresento a teoria que sustentou meu caminho na realização de uma prática pedagógica à luz da Modelagem Matemática. Este bloco está dividido em duas partes. Na primeira subseção, abordo o momento histórico do surgimento da metodologia em questão e ainda algumas perspectivas de trabalho dos autores clássicos, definindo os escritos que guiaram este trabalho. Na segunda subseção, apresento o estado da arte e faço um estudo de trabalhos já realizados, bem como de suas contribuições para o desenvolvimento desta prática.

### **2.1 Modelagem Matemática – histórico e concepções**

A Modelagem Matemática não é uma novidade, visto que sua essência está presente no desenvolvimento da ciência, em especial da Matemática (BIEMBENGUT, 2014). No entanto, sua presença no ensino é notada a partir de meados de 1970. Para entender melhor a trajetória, faço inicialmente uma contextualização do momento histórico em que ela surgiu, haja vista que emergiu como uma metodologia para potencializar as aulas de Matemática.

Nas civilizações antigas, a transmissão do conhecimento era realizada de forma oral, passando de geração em geração. No entanto, com a ampliação do conhecimento, tornaram-se necessários os registros e as formalizações (KAVIATKOVSKI, 2012). Essas novas demandas trataram de distanciar a Matemática cotidiana da Matemática acadêmica, tornando-a extremamente formal. Frente a essa problemática surgiu, no início do século XX, o movimento da



Matemática Moderna que pretendia transpor as ideias mais gerais e unificadas da Matemática a níveis mais elementares (BURAK; ARAGÃO, 2012). Houve, então, uma preocupação com o ensino da Matemática e a descentralização do conhecimento.

No final da década de 1970, esse movimento passou a ser criticado e seus pressupostos deixaram professores enfadados. Seu enfraquecimento foi justificado pelo despreparo docente, como elucidam Burak e Aragão (2012, p. 64): “[...] pois não parecia haver, entre esses, preocupação maior quer com o ensino quer com a aprendizagem da matemática, cuja ênfase era posta por eles na simbologia, muito mais do que nas ideias”.

Surgiu, então, o movimento da Educação Matemática que passou a se preocupar com a Filosofia da Matemática e o seu ensino e aprendizagem. E, a partir desse importante marco, emergiram discussões acerca de diferentes métodos de ensino. Assim, para a diferenciação dos dois movimentos quanto ao seu objeto, Burak e Aragão (2012, p. 70) mencionam:

Ao tratar da construção matemática quanto ao ensino e à aprendizagem da Matemática, a questão da clareza do objeto é de suma importância, pois para o matemático o objeto é limitado pela simples produção do conhecimento matemático, isto é, (i) pela resolução de problemas, (ii) pela criação de novas teorias, (iii) pela descoberta de novas aplicações, enfim, (iv) pelas ações que fazem avançar a ciência matemática. Contudo, para quem ensina matemática, seja o professor seja o educador matemático da educação básica, o seu objeto é diferente, é distinto.


Essa mudança de paradigmas traz a Modelagem Matemática para o cenário da Escola Básica como uma metodologia de ensino atenta ao objeto/aluno. É uma metodologia pautada, então, por diferentes perspectivas teóricas que discutem e relatam procedimentos para uma profícua utilização na prática pedagógica docente.

O ponto de convergência na caracterização da Modelagem Matemática, como apontado por Bassanezi (2006); Biembengut e Hein (2014); Burak e Aragão (2012); Barbosa (2001; 2007); Almeida, Silva e Vertuan (2013), em linhas gerais está na arte de transformar problemas cotidianos em problemas matemáticos e resolvê-los para uma posterior interpretação dos resultados. Na ação de transformar seus problemas, o discente tem a oportunidade de agir com criticidade no meio social em que está inserido. Para tal, Barbosa (2001, p. 4) sugere: “Nem matemática nem Modelagem

são ‘fins’, mas sim ‘meios’ para questionar a realidade vivida”.

Dessa forma, na perspectiva da Modelagem Matemática, os discentes são os protagonistas do processo de aprendizagem, portanto, o docente tem um papel fundamental de mediador no desenvolvimento do ensino. Na intenção de demonstrar a organização das atividades de Modelagem, Barbosa (2001) expõe três possibilidades que são chamados de casos de Modelagem Matemática, conforme síntese do Quadro 1. No caso 1, a atividade é centralizada pelo professor, que organiza tudo, envolvendo o aluno somente na resolução do problema. No caso 2, a participação dos discentes já é mais efetiva, mas a situação a ser modelada é proposta pelo professor. Já no caso 3, o protagonismo do aluno é evidenciado, pois ele participa de todas as etapas e o professor assume o papel de facilitador da aprendizagem.

Quadro 1 - Classificação dos casos de Modelagem Matemática

	Caso 1	Caso 2	Caso 3
			
Elaboração da situação-problema	Professor	Professor	Professor/aluno
Simplificação	Professor	Professor/aluno	Professor/aluno
Dados qualitativos e quantitativos	Professor	Professor/aluno	Professor/aluno
Resolução	Professor/aluno	Professor/aluno	Professor/aluno

Fonte: Barbosa (2001, p. 9).

As intervenções pedagógicas alicerçadas na Modelagem Matemática, quanto aos casos citados no Quadro 1, pressupõem uma evolução no que tange ao papel do professor e dos alunos. Inicialmente, a maioria dos professores experimenta o caso 1 e, no decorrer do tempo, com mais experiência, professor e alunos, mais autônomos e seguros, tendem a progredir, indo para o caso 3.

Outra maneira de apresentar a Modelagem Matemática ao aluno é proposta por Almeida, Silva e Vertuan (2013), que versam acerca de três momentos, ou seja, o discente é familiarizado progressivamente com essa metodologia. No primeiro momento, o professor apresenta uma situação-problema com as informações necessárias para os discentes e os procedimentos de resolução são orientados e

avaliados pelo professor. No segundo momento, a situação-problema ainda é sugerida pelo docente, no entanto, as demais etapas são desenvolvidas pelos alunos, tornando-os mais independentes. Já no terceiro momento, os discentes, em grupos, são responsáveis por todo o trabalho de modelagem. Assim, “A principal argumentação subjacente a essa introdução ‘gradativa’ de atividades de modelagem reside na possibilidade que o aluno tem de desenvolver a ‘habilidade de fazer modelagem’” (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2013, p. 26).

Quanto aos procedimentos que devem nortear a prática pedagógica, entendo que há alguns aspectos divergentes. Assim, destaco, a seguir, as diversas abordagens dos estudiosos da área que a vêm definindo, de acordo com suas perspectivas, expectativas e vivências.

Os escritos de Bassanezi (2006) remetem a uma Matemática acadêmica e aplicada. O autor sugere que o aluno encontre, ao final de seus estudos, um modelo matemático formal, que possa ser aplicado a diversas situações semelhantes à modelada. Mas o autor pondera sobre o cuidado necessário na utilização dessa metodologia: “A modelagem não deve ser utilizada como uma panaceia descritiva adaptada a qualquer situação da realidade” (BASSANEZI, 2006, p. 25).

Esse autor defende as seguintes etapas para Modelagem Matemática: a) Experimentação, que é a obtenção dos dados e é realizada com métodos e técnicas estatísticas, podendo ser mais confiável; b) Abstração, que conduz à formulação dos modelos e tem etapas, como a seleção das variáveis, problematização, formulação de hipóteses e simplificação; c) Resolução, que é a substituição da linguagem natural utilizada pelo aluno pela linguagem matemática coerente, a qual pode estar totalmente desvinculada das vivências do modelador; d) Validação, que é a aceitação ou não, dependendo do modelo descrito, que será considerado bom de acordo com a eficiência em fazer a previsão de novos fatos ou relações inusitadas; e) Modificação, que é o aprofundamento da teoria para melhorar o modelo.

O autor também aponta essa metodologia como uma alternativa para transformar e melhorar o mundo: “A modelagem eficiente permite fazer previsões, tomar decisões, explicar e entender; enfim participar do mundo real com capacidade de influenciar em suas mudanças” (BASSANEZI, 2006, p. 31).

Numa perspectiva semelhante à anterior, abordo alguns pontos relevantes das ideias de Biembengut (2014, p. 21) sobre modelagem:

Modelagem é o processo envolvido na elaboração de modelo de qualquer área do conhecimento. Trata-se de um processo de pesquisa. A essência deste processo emerge na mente de uma pessoa quando alguma dúvida genuína ou circunstância instigam-na a encontrar uma melhor forma para alcançar uma solução, descobrir um meio para compreender, solucionar, alterar, ou ainda, criar ou aprimorar algo.

Para alcançar as soluções das situações-problema, Biembengut e Hein (2014) apontam os seguintes procedimentos: a) Interação, que se divide em reconhecimento da situação-problema e familiarização com o assunto a ser modelado. Na primeira fase faz-se a delimitação do problema e, na segunda, sugere-se a busca do referencial teórico acerca do assunto; b) Matematização, que se decompõe em formulação do problema e sua resolução. Para tal, inicialmente faz-se emergir as hipóteses. Já durante a resolução, o modelador realiza uma análise matemática da situação-problema, valendo-se das ferramentas matemáticas disponíveis, o que deverá ser descrito; c) Modelo matemático, que será interpretado e analisado, podendo então ser validado ou não. Essa avaliação permite que o modelador retorne à etapa de matematização, reveja e ajuste hipóteses e dados, melhorando assim seu modelo para, então, confirmá-lo. Para a Educação Básica, Biembengut (2014) destaca a modelação matemática, que é um enfoque da modelagem e, segundo a autora, está em consonância com a estrutura vigente, referindo-se aqui ao currículo e aos temas abordados na escola, mas sem perder a essência da modelagem.

Numa perspectiva voltada à Educação Básica, também destaco as contribuições de Almeida, Silva e Ventuan (2013) que propõem a Modelagem Matemática em duas fases extremas, a situação inicial e situação final. Para se passar de uma à outra, há atividades intermediárias que são a interação, a matematização, a resolução e a interpretação de resultados e a validação.

A interação é a etapa em que o modelador primeiramente se inteira do problema, depois coleta dados qualitativos e quantitativos e, por fim, define as metas para a resolução. Já a matematização visa a transpor as representações para uma linguagem matemática. A seguir, ocorre a resolução, que consiste na construção do modelo matemático. A última fase implica na análise da resposta obtida para, então,

ser validado o modelo proposto.

Na sua proposta, os autores também sinalizam a importância da dinâmica do trabalho em grupo, como ilustrado neste excerto: “[...] em sala de aula pode ser vista como uma atividade essencialmente cooperativa, em que a cooperação e a interação entre os alunos e entre o professor e aluno têm um papel importante na construção do conhecimento [...]” (ALMEIDA; SILVA; VENTURAN, 2013, p. 33). Essa forma de trabalho qualifica as discussões, fazendo com que o coletivo contribua na aquisição e significação das informações coletadas durante a modelagem.

Os autores problematizam ainda a mudança de postura tanto dos alunos quanto do professor no ensino e na aprendizagem da matemática: “[...] ao mesmo tempo em que requerem um novo comportamento diante dos problemas, envolvem professor e alunos com a própria definição de um problema, algo muitas vezes negligenciado no âmbito da educação básica [...]” (ALMEIDA; SILVA; VENTURAN, 2013, p. 153). Diante dessa afirmação, infiro que, com a modelagem, discentes e docentes modificam seu pensar sobre Matemática, repensando e reformulando alguns conceitos.

Com um enfoque distinto, Barbosa (2007) propõe que a modelagem é um convite para que os alunos investiguem problemas da sua realidade, utilizando-se da matemática. Quanto aos processos, o autor ressalta que “[...] não podemos antever as ações que os alunos desenvolvem quando convidados a modelar uma situação-problema [...]” (BARBOSA, 2007, p. 164). Assim, propõe a “progressão de discursos”, haja vista que as interações sociais nas práticas de modelagem legitimizam, secundarizam ou silenciam os discursos, dependendo das vivências históricas dos envolvidos nas atividades de modelagem.

A perspectiva que norteou o planejamento das atividades foi a de Burak (1992); Burak e Aragão (2012). Perspectiva essa que, segundo os próprios autores, provém de experiências realizadas com professores da Educação Básica.

Não pretendemos formar sujeitos sem determinação, sem ideias próprias, sem capacidade de argumentar e dialogar sobre uma situação, não pretendemos formar um sujeito incapaz de decidir por si, sem possibilidade de antever uma situação, sem noção do global. Ao contrário, intencionamos formar um cidadão que desenvolva a autonomia e seja crítico, capaz de

trabalhar em grupo, capaz de tomar decisões diante das situações do cotidiano, da sua vida familiar, da sua vida profissional ou sua condição de cidadão, um sujeito capaz de promover transformações em sua comunidade (BURAK; ARAGÃO, 2012 p. 85).

Esses autores propõem como etapas de um trabalho de Modelagem Matemática: a) Escolha do tema: os alunos podem enumerar temas de interesse ou curiosidade, bem como citar uma situação-problema a ser resolvida. Os autores supracitados destacam, nesse processo de definição da temática, o papel do professor no que tange aos encaminhamentos; b) Pesquisa exploratória: leva a conhecer melhor o tema em questão, podendo tornar o discente mais crítico e atento às informações; c) Levantamento de problemas: etapa em que acontece a formulação matemática dos problemas a partir dos dados coletados anteriormente; d) Resolução dos problemas e desenvolvimento dos conteúdos no contexto do tema: é a etapa em que os conteúdos matemáticos recebem importância e significados, principalmente pela ação mediadora do professor; e) Análise crítica da(s) solução(ões): visa à análise dos resultados encontrados e discussão sobre eles, sendo um importante momento de socialização e interação entre os discentes.

Já para a análise dos resultados da pesquisa utilizei os diferentes autores estudados, haja vista que vários deles trazem contribuições relevantes acerca das categorias elencadas que são: aluno pesquisador, trabalho em grupo e conteúdos matemáticos emergentes.

Na continuidade da revisão teórica acerca da Modelagem Matemática, apresento o estado da arte referente ao tema. Trata-se de uma apreciação de escritos sobre experiências desenvolvidas à luz dessa metodologia nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental, objeto que foi investigado por esta pesquisa.

## **2.2 Estado da arte acerca da Modelagem Matemática nos Anos Iniciais**

Com o intuito de verificar o que se produziu no âmbito da Modelagem Matemática nos Anos Iniciais, busquei, como primeiro instrumento, o portal de teses e dissertação da CAPES. Para esse levantamento, utilizei diferentes estratégias: busca básica e busca avançada de diferentes palavras-chave. No entanto, resultados efetivos foram encontrados com a utilização da busca básica por

“Modelagem Matemática nos anos iniciais”. Sendo assim, localizei seis títulos, a contar de 2012<sup>3</sup> (QUADRO 2):

Quadro 2 - Síntese dos resultados obtidos no portal de dissertação e teses da CAPES

<b>Título da dissertação</b>	<b>Autor</b>	<b>Ano</b>
A Modelagem Matemática como metodologia de ensino e aprendizagem nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental	Marinês A. de C. Kaviatkovski	2012
Os usos da linguagem em atividades de Modelagem Matemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental	Emerson Tortola	2012
Cultura amazônica e Educação Matemática na formação de professores dos Anos Iniciais: caminhos oferecidos pelo curso pedagogia das águas	Janaina C. de Souza	2012
Modelagem Matemática gráfica: Instigando o senso criativo dos estudantes do Ensino Fundamental	Elisa M. A. Brites	2012
Modelação Matemática no Ensino Fundamental: Motivação dos estudantes em aprender geometria	Nara S. T. Zukauskas	2012
Modelagem Matemática no projeto de um ginásio escolar	Rafael Zanoni Bossle	2012

Fonte: CAPES.

Dentre esses, estudei dois trabalhos, visto que os demais já foram discutidos por Ziegler (2015), bolsista do Programa Observatório de 2012 a 2014, em sua dissertação, ou não iam ao encontro da minha proposta de estudo.

O primeiro trabalho analisado, não abordado por Ziegler (2015), é a dissertação de Tortola (2012), que teve por objetivo investigar os usos da linguagem em atividades de Modelagem Matemática desenvolvidas por estudantes dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental. Para atingir os resultados, o autor desenvolveu sete atividades de Modelagem Matemática, à luz dos três momentos sugeridos por Almeida e Dias (2004), em uma turma de 4º ano do Ensino Fundamental, com trinta e seis alunos.

As atividades do primeiro momento tiveram como temas “Tamanho de Anéis”

<sup>3</sup> Não busquei dissertações anteriores a 2012, pois essa triagem já havia sido feita por Ziegler (2015), bolsista do Programa Observatório de 2012 a 2014, em sua dissertação.

e “Espaço dos estudantes na sala de aula”; as duas do segundo momento, os temas “Energia Elétrica” e “Medindo a beleza de uma pessoa”; e, por fim, as três do terceiro momento tiveram temas escolhidos pelos estudantes: “Qual caixa d’água comprar?”, “Relação entre as moedas Dólar e Real” e “Os gastos com o Flúor”. No entanto, para análise dos dados, apropriou-se somente do resultado de cinco dessas atividades. Para coleta de dados utilizou filmagens a fim de identificar os estudantes, pois somente a voz poderia causar confusão nas falas, e um diário de campo no qual registrou suas percepções de cada encontro quanto às soluções encontradas pelos estudantes para as situações-problema, e de como elas contribuíam para a aprendizagem da matemática. Também se valeu dos registros dos alunos para identificar as linguagens por eles utilizadas.

A análise de dados foi de caráter descritivo e interpretativo. A pesquisa foi norteada pelas seguintes questões: Como os estudantes de uma turma de 4º ano do Ensino Fundamental representam seus modelos matemáticos? Quais jogos de linguagem são constituídos na produção e interpretação desses modelos? E, por fim, qual o papel da linguagem em atividades de Modelagem Matemática desenvolvidas por esses estudantes dos anos iniciais? Para tal, realizou uma análise local acerca das características que emergiram de cada atividade e uma análise global para visualizar as análises anteriores em sua totalidade.

Ao concluir o estudo, o autor ponderou que os alunos procuram partir da linguagem conhecida, utilizando registros numéricos, seguindo após para representações gráficas, geométricas e algébricas, dependendo da sua forma de vida. Os diferentes jogos de linguagem que foram identificados convergiram para as ideias de Wittgenstein. Outro resultado destacado foi o uso de diferentes registros de representações semióticas que podem contribuir para aprendizagem, como defendido por Duval. Assim, a utilização de diferentes jogos de linguagem e representações semióticas suscitam diferentes modelos matemáticos “[...] Em suma, o que determina um modelo matemático é a linguagem utilizada em sua estrutura [...]” (TORTOLA, 2012, p. 155).

Outra dissertação encontrada e não analisada por Ziegler (2015) é a de Kaviatkovski (2012), que teve por objetivo contribuir com a inserção da Modelagem Matemática como uma metodologia de ensino e de aprendizagem no âmbito dos



Anos Iniciais. Para tal, passou por vários momentos de investigação e coleta de dados.

A pesquisadora buscou, num primeiro momento, os cursos de formação, oferecidos pela Secretaria de Educação de Curitiba (SME), voltados para Modelagem Matemática nos Anos Iniciais. Foram encontrados dois cursos, entre cujos participantes poderiam estar os possíveis participantes da sua pesquisa. O segundo momento foi uma pesquisa exploratória, tendo em vista contatar os participantes dos cursos já realizados, apresentar a proposta da pesquisa e verificar o desejo em responder um questionário. No terceiro momento, disponibilizou um questionário de dez questões, buscando as percepções dos professores acerca da Modelagem Matemática como metodologia de ensino. A partir dessas, elaborou um curso de formação sobre essa metodologia. O quarto momento partiu da resistência dos professores que não responderam os questionários. A pesquisadora, então, fez uma análise documental dos questionários de avaliação dos cursos. O quinto momento também foi uma análise documental de monografias acerca do tema da pesquisa. O sexto momento consistiu na análise das coletas feitas, que, por fim, contaram também com nove questionários respondidos pelos professores inicialmente contatados. Esse fato ocorreu depois da reestruturação da pesquisa.

Nas conclusões, a autora ressaltou que, apesar da Modelagem Matemática já ser tema de estudo há mais de três décadas, ainda não se consolidou como metodologia. Como nos Anos Iniciais isso se mostrou ainda mais acentuado, ponderou a importância da formação inicial e continuada dos professores desse nível de ensino. A pesquisadora propôs, por fim, uma maior interlocução entre instituições de ensino superior, professores, pesquisadores e estudantes, no âmbito da Modelagem Matemática nos anos iniciais.

Tendo em vista que os resultados no portal de teses e dissertações foram restritos, para consolidar a relevância do meu estudo, verifiquei a última edição dos anais de três eventos proeminentes da Modelagem Matemática. Nestes, busquei os trabalhos que foram desenvolvidos com os Anos Iniciais, fazendo a leitura do resumo do trabalho e das palavras-chave, a fim de verificar quais trabalhos tinham semelhanças com o desenvolvido para esta dissertação. O primeiro em nível internacional, *The International Community of Teachers of Mathematical Modelling*

*and Applications* (ICTMA – 17), que ocorreu em 2015 em *Nottingham* na Inglaterra. Este me possibilitou a análise de dois relatos.

Já a 9ª Conferência Nacional sobre Modelagem na Educação Matemática (9ª CNMEM), ocorrida em 2015, na Universidade Federal de São Carlo (UFSCar), na cidade de São Carlos - SP, reuniu importantes pesquisadores nesse campo, o que também resultou em mais dois trabalhos para análise. E, por fim, o VII Encontro Paranaense de Modelagem em Educação Matemática (VII EPMEM), ocorrido em 2016, na Universidade Estadual de Londrina (UEL), na cidade de Londrina, considerando que esse estado já conta com um amplo campo de estudo nessa área. Este me permitiu a análise de um trabalho. No Quadro 3 apresento os referidos trabalhos.

Quadro 3 - Trabalhos publicados no ICTMA – 17, 9ª CNMEM e VI EPMEM

<b>Título do trabalho</b>	<b>Autores</b>	<b>Evento</b>	<b>Ano</b>
Combinando modelos relacionados a medidas de dispersão e de tendência central por meio da conjecturação e validação: experimento do helicóptero de papel com alunos do 5º ano	Takashi Kawakami	ICTMA - 17	2015
Raciocínio de adição em uma atividade de modelagem: uma experiência em uma escola brasileira de Ensino Fundamental	Marlí Schmitt Zanella Lilian Akemi Kato Werner Blum Rita Borromeo Ferri	ICTMA - 17	2015
Indícios de Aprendizagem Significativa em atividade de Modelagem Matemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental	Ângela Maria Lourenção Gerolômo Cíntia da Silva Milani Lourdes Maria Werle de Almeida	9ª CNMEM	2015
Por que a maioria das embalagens tem formato de paralelepípedo? Uma investigação por meio da Modelagem Matemática nos Anos Iniciais	Daiane Aparecida Pego Butcke Emerson Tortola	9ª CNMEM	2015
Problematizando a representação de uma residência por meio da Modelagem Matemática no 5º ano do Ensino Fundamental	Vanessa Brandão de Vargas Graciela Fleck Márcia Jussara Hepp Rehfeldt	VII EPMEM	2016

Fonte: Da autora, 2015.

O trabalho de Kawakami (2015) ilustrou como estudantes combinavam

modelos relacionados às medidas de dispersão de tendência central num estudo de caso envolvendo 31 alunos do 5º ano (entre 10 e 11 anos), atuando na experimentação do helicóptero de papel. Este estudo adotou atividades experimentais no processo de modelagem, que incluíam conjecturação e validação. A experimentação de medir as vezes em que os helicópteros caíam oportunizou aos estudantes (1) formar e validar conjecturas sobre dispersão de tempo-voo e (2) explorar as mudanças nas condições do experimento na medida em que ele ocorreu. Os resultados mostraram que elementos contextuais e de estatística isolados nos modelos relacionados às medidas de dispersão e de tendência central dos alunos estavam coordenados com os modelos formados pela reconjecturação, após tentativa e validação. No decorrer das atividades experimentais, os alunos compreenderam elementos contextuais de outros modelos gerados pela coleta e tratamento de dados reais, e contrastaram e coordenaram tais elementos com aqueles dos seus próprios modelos.

Outro estudo, divulgado em nível internacional, mas desenvolvido no Brasil, é o de Zanella et al. (2015), que descreveu uma atividade de Modelagem Matemática realizada com alunos do 5º ano (11 anos), divididos em 4 grupos. A atividade “Altura da Catedral” foi baseada na original “Die Michaelis-Kirche”, de Blum e Borromeo Ferri (2009), em que, da altura da catedral, 124 metros, os alunos deveriam descobrir quantas crianças seriam necessárias para cobrir tal altura. A fim de desenvolver a atividade, os alunos foram providos de um formulário com as informações necessárias e uma fita de medir. Os formulários foram analisados e as atitudes dos alunos descritas, para, dessa forma, avaliar as estratégias que os alunos adotaram para resolver a tarefa.

Como resultados, foi destacado que todos os grupos resolveram a tarefa utilizando o raciocínio aditivo. Os grupos 1, 2 e 3 também utilizaram o raciocínio multiplicativo. A possibilidade de dividir a altura da catedral pela altura da criança não apareceu nas soluções. No entanto, a atividade propiciou um ambiente de discussão, troca de informação e trabalho em grupo, fazendo com que os alunos trabalhassem com as ferramentas que tinham. É importante ressaltar ainda que atividades de validação também ocorreram entre os grupos que finalizaram a tarefa, pela comparação entre quão altos eram os alunos perto da catedral.

Já a pesquisa de Gerolômo, Milani e Almeida (2015) teve por objetivo buscar indícios de aprendizagem significativa em uma atividade de Modelagem Matemática desenvolvida com alunos dos Anos Iniciais. Assim, desenvolveram uma atividade com 43 alunos de 5º ano de uma escola particular, durante seis aulas. As atividades foram registradas com gravação de vídeos, anotações dos alunos e das pesquisadoras. As análises foram feitas em consonância com a literatura acerca de Modelagem Matemática e aprendizagem significativa.

Nessa proposta, o tema “água” foi escolhido pelas pesquisadoras e apresentado aos alunos por meio de um vídeo. No entanto, o problema da reutilização da água do ar condicionado surgiu durante as discussões acerca do vídeo. As autoras concluíram, com essa atividade, que nem todos os aspectos da aprendizagem significativa foram identificados, o que foi atribuído ao pouco tempo de interação. Mas afirmaram que a Modelagem Matemática facilita a aprendizagem significativa:

Corroborando com as pesquisas que apresentam resultados positivos quanto à utilização da modelagem matemática para facilitar a ocorrência de aprendizagem significativa pudemos, neste trabalho, observar que esta alternativa pedagógica pode contribuir para este tipo de aprendizagem também nos anos iniciais do Ensino Fundamental, sob a verificação de alguns aspectos (GEROLÔMO; MILANI; ALMEIDA, 2015, p. 13).

Mais um artigo que explicito é o de Butcke e Tortola (2015). Esse objetivou discutir como ocorre a formalização de conhecimentos matemáticos no âmbito de uma atividade de Modelagem Matemática desenvolvida por alunos dos anos iniciais do Ensino Fundamental. A atividade foi desenvolvida com 21 alunos de 7 e 8 anos de uma turma de 3º ano do Ensino Fundamental de uma escola municipal do Paraná. A coleta de dados foi realizada a partir da observação dos alunos, do diário de campo da professora e dos registros dos alunos durante a resolução do problema. O tema do trabalho, o formato das embalagens, surgiu em uma visita ao supermercado.

Nessa atividade, o problema foi resolvido com a experimentação. Os alunos utilizaram embalagem em forma de cilindro e paralelepípedo para provar qual tipo de embalagem aproveitava melhor o espaço da caixa. Os discentes também modificaram sua linguagem matemática quanto às formas geométricas espaciais e planas, passando a nomear a caixa de paralelepípedo. Ao concluir, os autores

ressaltaram que a atividade possibilitou que os alunos construíssem um modelo matemático por meio de discussões com os colegas e a mediação da professora. Assim, para os autores, a Modelagem Matemática em qualquer nível potencializa o ensino e a aprendizagem. Destacaram ainda:

[...] para que isso ocorra é preciso que haja uma mudança de atitudes, particularmente por parte dos professores, buscando, ao mesmo tempo em que discutem matemática com seus alunos, fazer com que compreendam o que está em sua volta, ou seja, é preciso enxergar nos temas e/ou problemas encontrados ao nosso redor possibilidades para ensinar e aprender matemática (BUTCKE; TORTOLA, 2015, p. 12).

Já a pesquisa de Vargas, Fleck e Rehfeldt (2016), teve por objetivo discutir os resultados obtidos a partir do desenvolvimento de atividades que foram problematizadas por professores e bolsistas do Programa Observatório de Educação do Centro Universitário UNIVATES. Para iniciar a atividade, as pesquisadoras apresentaram a imagem de uma casa, sendo que esta precisou ser representada proporcionalmente às dimensões fornecidas pelos docentes. Além disso, os lados não visíveis, como as janelas e portas, foram problematizados. Como resultados, destacaram que na prática observou-se que os alunos compreenderam as atividades propostas, manipularam materiais alternativos utilizados na elaboração do modelo matemático e estabeleceram relações com conceitos já adquiridos anteriormente acerca das proporções e da geometria.

Diante da análise dos anais desses eventos, é possível inferir que ainda pouco se utiliza a Modelagem Matemática nos Anos Iniciais. No entanto, os trabalhos apreciados apontam resultados relevantes quanto ao desenvolvimento de modelos matemáticos, bem como a exploração de diferentes conteúdos matemáticos. Ainda destaco que, no âmbito internacional, a metodologia é abordada com a exploração dos ciclos da modelagem; já em nível nacional, nos estudos que realizei, não foi possível a visualização dessa perspectiva. Também saliento que os temas abordados são os mais variados, partindo dos discentes ou propostos pelo professor.

Ainda é possível inferir que as atividades à luz dessa metodologia são instigadoras aos discentes, mesmo que os temas abordados nem sempre surjam do seu interesse ou necessidade. Sendo assim, essas atividades tornam os alunos críticos e ativos em busca da solução do problema. Resultados esses que

corroboram com os encontrados por Ziegler (2015, p. 33): “[...] muitas das atividades propostas pelos autores não abordam o interesse do aluno pelo assunto e sim o benefício que determinado tema teve em tornar atrativa a matemática [...]”.

Os modelos matemáticos que surgem durante a modelagem são variados. Nem sempre são uma equação matemática clássica, mas, como relatado por alguns escritos, é a primeira busca que os modeladores fazem. No entanto, Ziegler (2015, p. 32) destaca que “[...] a Modelagem Matemática está inserida em estudos cujo propósito é melhorar o entendimento do aluno sobre conceitos existentes nas mais diferentes temáticas [...]”.

Diante desses resultados, é relevante destacar que os relatos são alicerçados em diferentes perspectivas, mas a que guia o trabalho é sempre definida pelos autores. Outro ponto de convergência com minha pesquisa é o nível de ensino em que vários trabalhos foram desenvolvidos. Sendo assim, encorajada pelos estudos destacados nesta seção, descrevo, a seguir, a pesquisa desenvolvida com duas turmas de 5º ano do Ensino Fundamental à luz da Modelagem Matemática.

### 3 PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

Nesta seção caracterizo a pesquisa e os instrumentos de coletas de dados utilizados, apresentando o detalhamento das atividades desenvolvidas para alcançar meus objetivos, juntamente com um quadro contemplando as ações realizadas pelos grupos. Descrevo, por fim, o método empregado para o tratamento dos dados coletados no decorrer da prática pedagógica.

#### 3.1 Caracterização da pesquisa e os instrumentos de coleta de dados

Esta pesquisa teve abordagem qualitativa, pois analisei uma prática pedagógica com vistas a entender, descrever e explicar como os discentes reagem (GIBBS, 2009) em atividades de Modelagem Matemática. Para Gatti e André (2010, p. 30), “A abordagem qualitativa defende uma visão holística dos fenômenos, isto é, que leve em conta todos os componentes de uma situação em suas interações e influências recíprocas”.

Nessa perspectiva, lancei um olhar interpretativo às ações e reflexões dos sujeitos desta pesquisa. Utilizei procedimentos do estudo de caso, pois permitem, segundo Yin (2010), a obtenção de informações gerais e específicas de pequenos grupos. Esse autor ainda destaca que

O estudo de caso é uma investigação empírica que

- investiga um fenômeno contemporâneo em profundidade e em seu contexto de vida real, especialmente quando
- os limites entre o fenômeno e o contexto não são claramente evidentes (YIN, 2010, p. 39).

Segundo Gil (2009, p. 15), “Os estudos de caso possibilitam estudar com profundidade o grupo, organização ou fenômeno, considerando suas múltiplas dimensões”. Em consonância a essa ideia, Ponte (2006, p. 6) atenta que no estudo de caso “[...] é sempre preciso dar atenção à sua *história* (o modo como se desenvolveu) e ao seu *contexto* (os elementos exteriores, quer da realidade local, quer de natureza social e sistêmica que mais o influenciaram) [...]”.

Tendo em vista essas definições, os dados deste estudo foram coletados com a utilização de diversas “fontes de evidência”, como sugerido por Yin (2010). Diante das acepções anteriores, esta pesquisa tem características de um estudo de caso, pois foram estudadas as particularidades de dois pequenos grupos.

Assim, os dados foram obtidos por meio de gravações de áudio das discussões no decorrer das atividades, bem como por gravações de vídeo feitas por mim. Estas foram transcritas e revisitadas para a análise. Ainda realizei, durante os encontros e posterior a eles, anotações em um diário de campo a fim de apontar minhas percepções acerca de cada encontro, pois, segundo Fiorentini e Lorenzato (2007, p. 118):

É nele que o pesquisador registra observações de fenômenos, faz descrições de pessoas e cenários, descreve episódios ou relata diálogos [...] espera-se que contenha impressões, comentários e opinião do observador sobre o meio social em que realiza suas observações, seus erros, dificuldades, confusões, incertezas e temores, suas boas perspectivas, acertos e sucessos, suas reações e as dos participantes (gestos, expressões verbais e faciais etc.).

Outro instrumento utilizado foi o caderno de registros de cada discente, pois, como destacam Oliveira e Strohschoen (2015, p. 1) ao se referirem ao diário de bordo do aluno, este tem por “[...] objetivo facilitar o registro das atividades, permitindo ao articulador refletir sobre a sua prática e procedimento de sua tarefa”. Na capa deste caderno foi colada uma ficha de identificação (APÊNDICE A) com os dados de identificação<sup>4</sup> de cada aluno. No caderno foram feitos os registros de tudo que foi discutido, calculado e problematizado durante as aulas e, eventualmente, em casa. Todo o material foi recolhido no final da prática pedagógica, digitalizado e posteriormente devolvido aos discentes.

Ainda utilizei questionários e fotografias. O questionário, segundo Amaro,

---

<sup>4</sup> A fim de preservar o anonimato, cada caderno terá um código. Exemplo: A1 (escola A, discente 1).



Póvoa e Macedo (2005, p. 3), “[...] é um instrumento de investigação que visa a recolher informações baseando-se, geralmente, na inquisição de um grupo representativo da população em estudo”.

Para que fosse possível a realização da pesquisa, foi necessário que as instituições de ensino a autorizassem. Para tal, foram assinados os termos de concordância da direção das duas instituições de ensino (APÊNDICE B e C). Também é importante frisar que houve necessidade de que os responsáveis pelos discentes estivessem cientes de que seria desenvolvida uma prática pedagógica por uma pesquisadora externa ao ambiente escolar. Dessa forma, os pais ou responsáveis assinaram o termo de consentimento livre esclarecido (APÊNDICE D). As assinaturas foram colhidas antes da intervenção realizada.

### **3.2 Detalhamento das atividades**

Ao planejar uma prática pedagógica, à luz da Modelagem Matemática, é necessário que se tenha conhecimento do(s) tema(s) de interesse dos discentes, como ressaltado por Burak e Aragão (2012, p. 89):

A escolha de um tema para ser desenvolvido em Modelagem Matemática parte do interesse do grupo ou dos grupos de estudantes envolvidos. Esses temas são inicialmente colocados pelos estudantes, segundo o interesse que manifestam, pela curiosidade ou mesmo para a resolução de uma situação-problema.

Diante dessa condição, iniciei a intervenção realizando observações nas duas turmas, a fim de criar um vínculo com os discentes e tentar visualizar algum tema emergente, pois, por meio dos sentidos, o ser humano recebe e interpreta informações do mundo (GIL, 2012). As observações na escola A ocorreram nas sextas-feiras pela manhã, durante três semanas, no mês de junho. Na escola B acompanhei a turma na quinta-feira, na primeira semana de agosto, e na segunda-feira e quinta-feira, na segunda semana do mês de agosto de 2015.

As observações não foram efetivas para identificar os temas de interesse dos discentes. Assim, tive que utilizar novo instrumento, o questionário (APÊNDICE E), que possibilitou identificar na turma da escola A o tema “Corpo Humano” e, na turma da escola B, “Brincar”. Ao perceber a amplitude dos temas, realizei uma nova

conversa acerca de interesses mais específicos, os quais foram lançados pelos discentes e escritos por mim no quadro. Em cada escola emergiram cerca de dez subtemas e, dentre esses, cada aluno escolheu três que mais lhe interessassem, a fim de definir os seis subtemas a serem explorados. Esses temas foram escritos por ordem de afeição em uma folha de papel, bem como identificados com nome do discente. A partir desse documento foram formados os grupos de trabalho para a prática pedagógica.

A intervenção da escola A foi desenvolvida durante quatro semanas, totalizando 20 horas. Os encontros ocorreram nas segundas, quartas e sextas-feiras, das 7h30min às 9h30min, totalizando 2h por encontro. O tema escolhido por esta turma foi o corpo humano, como pode ser visto em algumas respostas dadas pelos discentes no questionário inicial (APÊNDICE E)

*A14: eu gostaria de aprender mais sobre o corpo humano.*

*A16: a minha disciplina preferida é ciências, porque eu faço experiência e aprendo sobre o corpo humano.*

*A15: os países, o corpo humano e os órgãos.*

*A17: os assuntos eu me interessam estudar na escola são: matemática, arte e ciências.*

*A2: a minha disciplina preferida na escola é ciências porque explica sobre plantas, animais e corpo humano.*

*A13: me interessa por ciências como funciona o corpo humano.*

*A7: corpo humano, história e geografia.*

*A9: a minha disciplina preferida é ciências porque ela fala muito do corpo humano, como ele forma os órgãos, as células e outras funções.*

Sendo este um tema amplo os subtemas explorados foram: 1) Gordura cerebral, 2) Frequência do som, 3) Tamanho do pé, 4) Altura, 5) Sistema circulatório, e 6) Número da beleza. A turma era composta por 25 discentes, sendo 11 meninas e 14 meninos, com faixa etária de 10 a 11 anos. Mencionaram, no questionamento inicial, grande apreço pela Matemática, citando principalmente que gostavam de criar e resolver problemas.

Na escola B, a prática pedagógica foi explorada também durante quatro semanas, totalizando 20 horas. Os encontros aconteceram nas segundas-feiras, das 15h30min às 17h30min, nas terças-feiras, das 13h25min às 15h e nas quintas-feiras, das 15h30 às 17h30. O tema definido por este grupo de estudantes foi o brincar. Para elucidar esta escolha destaco algumas respostadas dadas pelos alunos no questionário inicial (APÊNDICE E)

B4: *brincar, mexer no tablete, mexer no celular. Na escola: gosto de estudar, brincar.*  
 B10: *eu gosto de brincar na educação física.*  
 B20: *eu gosto de jogar futebol e conversar com meus colegas.*  
 B16: *pintar, ir na educação física, brincar e gosto quando vem os brinquedos infláveis.*  
 B17: *eu gosto recreio, mas também gosto muito de matemática.*  
 B13: *eu gosto da educação física porque a gente brinca.*  
 B9: *andar de bicicleta, jogar futebol, brincar com os amigos.*  
 B7: *eu gosto de pesquisar assuntos diferentes no computador e jogar futebol no recreio.*  
 B2: *brincar com a professora quando ela faz as brincadeiras.*  
 B11: *gosto de brincar, estudar e aprender.*

Já como subtemas foram definidos os seguintes: 1) Futebol, 2) Vôlei, 3) Jogos eletrônicos (Computador/*Tablet*), 4) Jogos coletivos (pega-pega/ caçador), 5) Bicicleta, e 6) Escolinha/Boneca. Esta turma de 5º ano era composta por 22 alunos, sendo 10 meninas e 12 meninos, na faixa etária de 10 a 12 anos. Os discentes não se mostraram tão fascinados pela Matemática, pois vários apontaram não gostar da disciplina, mencionando inclusive detestá-la.

Diante deste contexto apresento as atividades desenvolvidas por mim como professora-pesquisadora e acompanhadas pelas professoras titulares como observadoras. Os dois primeiros encontros, que tiveram a mesma estrutura em ambas as escolas, e, em dois blocos separados, as atividades desenvolvidas, por escola, nos subtemas.

### **Encontro 1**

No primeiro momento deste encontro, retomei com os discentes a escolha do tema, conversando com eles sobre a metodologia que seria utilizada durante os encontros. Após a explanação inicial, expliquei a finalidade do caderno do registro e cada discente recebeu o seu, preenchendo os dados de identificação. Eles ainda foram informados de que os encontros seriam gravados, e que também utilizaria a filmadora e a câmera fotográfica para obter imagens do que seria desenvolvido em sala de aula.

Na segunda parte deste encontro, um aluno de cada grupo recebeu uma folha (APÊNDICES F, G, H, I, J, K, L, M, N, O, P e Q) em que, de um lado, havia uma imagem que representava o subtema de interesse deste discente, bem como o nome dos demais colegas que iriam compor seu grupo. Do outro lado, constava um texto informativo acerca da temática que o grupo iria estudar. Nesse momento, o

aluno que recebeu o material formou seu grupo, convidando os demais componentes.

Em conjunto, leram o texto, pois, de acordo com Barbosa (2004, p. 3), a modelagem torna-se “[...] um ambiente de aprendizagem no qual os alunos são convidados a problematizar e investigar, por meio da matemática, situações com referência na realidade”. No final deste documento havia um questionamento com a finalidade de suscitar discussões entre os discentes, e a elaboração de um problema a ser modelado. Os alunos anotaram diversos questionamentos e dúvidas que surgiram durante a leitura.

## **Encontro 2**

Neste encontro fomos ao laboratório de informática para a busca de informações acerca das dúvidas e curiosidades emergentes do primeiro encontro. Como mediadora e orientadora neste processo, levei para sala de aula sugestões de *sites* que poderiam ser visitados, revistas, livros, jornais e materiais informativos para auxiliar na triagem de informações. O material impresso foi um importante apoio, pois, na escola B, a *internet* oscilou, dificultando a busca dos dados acerca dos subtemas em questões.

Na Modelagem Matemática, o papel do professor é indicar caminhos, sugerir procedimentos, esperando, assim, que o discente não siga simplesmente exemplos. No entanto, o docente não deve se despir de sua autoridade, intervindo quando necessário (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2013). Durante a busca pelas informações, auxiliei os alunos sugerindo algumas palavras que poderiam usar na busca pelas informações desejadas.

## **Encontro 3 ao encontro 8 da escola A**

Passo a descrever as atividades desenvolvidas em cada escola. No primeiro bloco faço a explanação das ações dos alunos da escola A, que abordaram o tema “Corpo Humano”. Para tal, organizei o Quadro 4. Neste, descrevo todos os procedimentos realizados do terceiro ao oitavo encontro, os quais são apresentados de forma cronológica, ou seja, na ordem em que ocorreram. Cabe ressaltar que não foram separados por encontro, pois algumas ações não se constituíram estanques,

permeando os encontros.

O primeiro momento do terceiro encontro, realizado por todos os grupos, foi destinado à sistematização e ao compartilhamento das informações coletadas no segundo encontro, haja vista que, no laboratório de informática, os discentes trabalharam em duplas. Após esta fase, os grupos socializaram com os demais o levantamento inicial acerca dos subtemas. Posteriormente, cada grupo ficou focado no seu interesse.

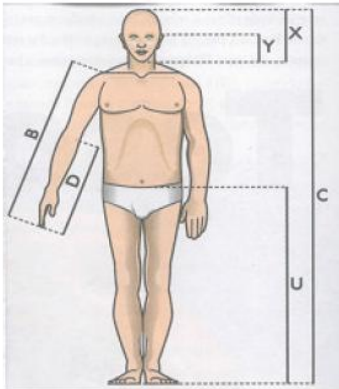
O oitavo encontro foi destinado à finalização das atividades e à organização dos dados para a socialização. Os grupos fizeram cartazes com textos sínteses das ações desenvolvidas e o tratamento de dados foi exposto em forma de quadros.

Quadro 4 - Atividades desenvolvidas por grupo

Subtema	Ações desenvolvidas
1) Gordura cerebral	<p>Este grupo iniciou suas atividades com muitas indagações acerca do tema, não conseguindo precisão acerca do problema a ser modelado. Primeiramente, definiram quantas gramas de gordura temos no cérebro a partir dos dados que já haviam coletado. No entanto, queriam envolver a turma toda no seu trabalho. Assim, a ação subsequente foi conhecer ainda mais o tema. Para tal, utilizaram o celular e <i>notebook</i> com acesso a <i>internet</i>, buscando o que é gordura, para que ela serve. Ao final dessa pesquisa, ponderaram que gordura é energia que nos move, sendo medida em calorias. Determinaram então que iriam calcular de quantas calorias a gordura cerebral dispõe e quanto tempo de atividades diversas (jogar futebol, estudar, dormir) esta quantidade de energia nos proporciona.</p> <p>Querendo também envolver a turma no seu trabalho, ainda determinaram a quantidade de calorias gastas por seus colegas durante as atividades de um dia.</p> <p>Para tal, solicitaram a todos os colegas que tomassem nota das atividades realizadas durante um dia e repassassem as informações para o grupo no encontro seguinte. Diante desses dados, e com o auxílio de tabelas disponíveis na <i>internet</i>, o grupo determinou o gasto calórico dos colegas da turma.</p>
2) Frequência do som	<p>A investigação deste grupo foi permeada pela curiosidade inicial de saber por que os cães ouvem o apito de adestramento e os humanos não. Assim, buscaram saber o que é frequência, o que significa hertz, qual a frequência que o ser humano pode ouvir. Realizaram também a busca das frequências audíveis por diversos animais, fazendo um estudo comparativo entre o que humanos e animais ouvem.</p> <p>Determinaram quantos hertz são um mega-hertz, construindo um quadro comparativo do hertz e mega-hertz. E, como o próprio grupo expôs, vários novos questionamentos foram surgindo durante os encontros.</p> <p>Este grupo utilizou a <i>internet</i> como ferramenta de busca durante a maior parte dos encontros.</p>

(Continua..)

(Conclusão)

Subtema	Ações desenvolvidas
3) Tamanho do pé	<p>Este grupo procurou encontrar uma maneira de definir o tamanho do pé. Assim, iniciaram a busca por instruções prontas e estas foram encontradas. Seguindo todos os passos descritos, vários testes foram feitos. No entanto, os valores encontrados experimentalmente não ficavam de acordo com as tabelas prontas.</p> <p>O grupo realizou mais testes e reformulou as instruções iniciais, adaptando o modelo de acordo com os dados encontrados por eles.</p>
4) Altura	<p>A problemática proposta por este grupo foi prever suas alturas quando adultos, pois, durante as pesquisas iniciais, encontraram um modelo que possibilitava tal estimativa. Para tal, utilizaram a altura do pai e da mãe. Para verificar se o modelo se confirmaria, utilizaram os dados da pesquisadora e de um primo da mesma, haja vista que o modelo depende do sexo da pessoa. Encontraram algumas divergências e adaptaram o modelo aos padrões de teste.</p> <p>Depois do modelo pronto, solicitaram que todos os colegas informassem a altura do pai, da mãe e a sua. Com estes dados em mãos, estimaram a altura dos colegas quando adultos.</p>
5) Sistema circulatório	<p>O problema inicial deste grupo foi investigar quantos litros de sangue cada colega tinha e, ao final, saber a quantidade total de sangue de toda turma. Com o uso das informações coletadas inicialmente, sabiam que a quantidade de sangue de uma pessoa depende do seu peso. Assim, solicitaram que todos os colegas, professora titular e professora pesquisadora informassem seu peso, haja vista que a determinação da quantidade de sangue corporal depende da massa corpórea.</p> <p>Realizaram todos os cálculos e, ao final, estimaram a quantidade de sangue de todos os envolvidos na pesquisa.</p>
6) Número da beleza	<p>Este grupo, em suas pesquisas iniciais encontrou as razões <math>\frac{\text{altura total } C}{\text{distância da sola dos pés ao umbigo } U}</math>, <math>\frac{\text{distância da testa ao queixo } X}{\text{orelha ao queixo } Y}</math>, <math>\frac{\text{comprimento total do braço } B}{\text{cotovelo à ponta do dedo médio } (D)}</math>, de medidas feitas no corpo humano (Figura a seguir). Constataram que quanto mais próximos do número áureo as médias das três razões, mais harmonioso é o corpo.</p> <p>Optaram, então, em verificar essas medidas em todos os colegas e definir o número da beleza<sup>5</sup> de cada um. Para fazer as medidas, se organizaram em duas duplas, a fim de otimizar o trabalho, e utilizaram trenas. Para os cálculos usaram calculadoras, devido ao grande número de casas decimais.</p> <p>Figura: Dimensões harmônicas (áureas) do corpo humano</p>  <p>Fonte: Ferrer, s.d.</p>

Fonte: A autora, 2016.

<sup>5</sup> Foi explorada no sentido de harmonia nas dimensões e proximidade do número de ouro.

### **Encontro 3 ao encontro 8 da escola B**

Nesta seção descrevo como ocorreram os encontros na escola B, onde foi explorado o tema Brincar. Os caminhos percorridos na utilização da Modelagem Matemática tiveram que ser retilhados a partir do quarto encontro.

No terceiro encontro os discentes, ainda nos grupos formados na primeira atividade, finalizaram suas pesquisas acerca do tema de interesse. Após, foram feitas sínteses nos grupos, as quais foram apresentadas a toda turma. Este foi um momento de muita mediação e diversas intervenções realizadas por mim. Ao finalizar as atividades deste encontro, foi necessário repensar as próximas ações, haja vista que o trabalho não se efetivaria, pois o relacionamento entre os alunos nos grupos formados inicialmente não era de cooperação.

Ao iniciar o quarto encontro, os alunos passaram a trabalhar em duplas e individualmente. Após esse momento de reorganização, uma aluna, que já havia pesquisado as dimensões de um campo de vôlei, compartilhou as medidas com os colegas, fazendo um desenho no quadro. O mesmo foi feito por um dos alunos que já havia buscado as dimensões da quadra de futebol. Discutimos qual quadra era a maior, quais linhas uma quadra tinha e a outra não, bem como seus respectivos nomes.

Então, munidos de trenas e cadernos de registros, fomos até o ginásio de esportes da escola para medir as dimensões das quadras de que os professores dispõem para as aulas. Na volta à sala de aula, cada um fez a representação de uma das quadras. Solicitei que observassem uma escala, e combinamos que um centímetro da régua seria um metro da trena.

Já no encontro cinco, voltamos ao ginásio, no qual brincaram de pega-pega. As meninas correram sobre as linhas da quadra de vôlei e os meninos sobre as linhas da quadra de futebol. Solicitei que observassem quantas vezes passavam sobre cada linha. No retorno à sala de aula, fizemos novamente os desenhos das quadras, no quadro, mas agora anotando as medidas reais aferidas no encontro anterior. Assim, cada aluno determinou quantos metros correu durante a brincadeira. Os resultados foram socializados mediante a construção de uma tabela no quadro.

Dando continuidade às atividades anteriores, no sexto encontro levei a informação de que o perímetro da roda de uma bicicleta era de 2m. Após essa discussão, relembramos os cálculos realizados na aula anterior e cada aluno determinou quantas voltas a roda da bicicleta daria se percorresse o caminho que eles fizeram durante a brincadeira do pega-pega.

Já no sétimo encontro levei para a sala de aula roupinhas de bonecas e quadrados de 1 cm<sup>2</sup> com fita dupla face. Apresentei o material aos alunos e cada grupo pôde escolher uma ou duas roupinhas para estimar o quanto de tecido havia sido usado para tal confecção e qual seria a área da roupinha escolhida. Cada grupo registrou os valores no caderno e, antes do término do encontro, os valores foram compartilhados com toda a turma.

No oitavo encontro os alunos formaram pequenos grupos e organizaram a apresentação das atividades realizadas durante as aulas anteriores, bem como os dados encontrados, haja vista a importância da formalização e da justificativa dos procedimentos adotados (BURAK; ARAGÃO, 2012). Para a socialização, os discentes confeccionaram cartazes com desenhos e texto síntese.

### **Encontro 9 e encontro 10**

Estes dois encontros foram destinados para apresentação e socialização das atividades desenvolvidas durante os oito encontros. “É uma ocasião em que se fazem as considerações e análise das hipóteses abordadas [...] o aprofundamento de aspectos matemáticos como dos aspectos não matemáticos [...]” (BURAK; ARAGÃO, 2012, p. 100). Incentivei os discentes a explanarem qual a matemática utilizada para alcançar os resultados obtidos, bem como a comentarem as curiosidades pesquisadas.

Ao findar as apresentações, foi realizada a avaliação do trabalho desenvolvido. Esta foi feita a partir de um questionário (APÊNDICE R), com a finalidade de verificar as percepções dos discentes acerca dos processos de ensino e de aprendizagem durante as atividades de modelagem.



### 3.3 Análise dos dados

Nesta seção descrevo como foi realizada a análise dos dados obtidos durante a intervenção pedagógica realizada, a fim de responder a questão de pesquisa. Para tal, utilizei a análise textual discursiva como ferramenta analítica, uma vez que ela “[...] corresponde a uma metodologia de análise de dados e informações de natureza qualitativa com a finalidade de produzir novas compreensões sobre os fenômenos e discursos” (MORAES; GALIAZZI, 2013, p. 7).

Segundo esses autores, essa análise é organizada em quatro focos: 1 – desmontagem dos textos, que examina os excertos de maneira detalhada a fim de fragmentá-los e encontrar unidades acerca dos fenômenos estudados; 2 – estabelecimento de relações entre as unidades – a categorização; 3 – captação do novo emergente, é a escrita de metatextos analíticos sobre as categorias; 4 – um processo auto-organizado, é a emergência de novas compreensões do fenômeno em questão (MORAES; GALIAZZI, 2013).

Dos focos supracitados, destaco o item 2, ou seja, as categorias “[...] rubricas ou classe, as quais reúnem um grupo de elementos [...]” (BARDIN, 2011, p. 147). Foram definidas de duas formas: “[...] as *a priori*, trazidas para a pesquisa antes da análise [...]; e as emergentes, ou seja, as categorias são construídas a partir dos dados” (MORAES; GALIAZZI, 2013, p. 86).

Portanto, como sugerem os autores, ao iniciar os caminhos da pesquisa, elegi as categorias *a priori*: “Aluno pesquisador”, “Trabalho em grupo” e “Conteúdos matemáticos emergentes”. Estas foram oriundas dos objetivos específicos da pesquisa, alicerçados nos pressupostos teóricos que sustentaram a metodologia de ensino e de aprendizagem que norteou a intervenção pedagógica, pois sem teoria não há pesquisa (MORAES; GALIAZZI, 2013).

A fim de trazer as ocorrências e recorrências de cada categoria, bem como suas relações com os pressupostos teóricos, consultei mais de um instrumento da coleta de dados, conforme mostra o Quadro 5. Para identificar e manter o anonimato dos sujeitos de pesquisa, estes serão citados como A ou B dependendo da escola de origem junto a um número conferido a cada um aleatoriamente.

Quadro 5 - Síntese dos instrumentos utilizados para a construção das categorias

<b>Categoria</b>	<b>Materiais consultados</b>
Aluno pesquisador	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Questão dois da avaliação das atividades realizadas (APÊNDICE R);</li> <li>• Vídeos e áudios do encontro dois;</li> <li>• Diário de bordo da pesquisadora e dos alunos.</li> </ul>
Trabalho em grupo	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Questão três da avaliação das atividades realizadas (APÊNDICE R);</li> <li>• Vídeos e áudios de todos os encontros;</li> <li>• Diário de bordo da pesquisadora e dos alunos.</li> </ul>
Conteúdos matemáticos emergentes	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Vídeos e áudios do terceiro ao décimo encontro;</li> <li>• Diário de bordo da pesquisadora e dos alunos.</li> <li>• Questão quatro da avaliação das atividades realizadas (APÊNDICE R).</li> </ul>

Fonte: Da autora, 2016.

No próximo capítulo analiso os resultados obtidos durante a exploração da prática pedagógica, descrita neste capítulo.

## 4 ANÁLISE DOS DADOS

Neste capítulo faço a análise dos resultados coletados durante a pesquisa em questão, que está pautada na análise textual e discursiva (MORAIS; GALIAZZI, 2012). Para a análise, foram elencadas três categorias *a priori*. Apresento, primeiramente, as reflexões acerca das três categorias definidas anteriormente à coleta de dados: “Conteúdos matemáticos emergentes”, “Trabalho em grupo” e “Aluno pesquisador”. E, para finalizar este capítulo, discuto algumas questões para pensar, estas surgiram durante a prática pedagógica.

### 4.1 Categorias a priori

#### 4.1.1 Conteúdos matemáticos emergentes

Nesta categoria descrevo os conteúdos matemáticos que emergiram durante a prática pedagógica e como foram explorados nos subgrupos e com a turma. Os tópicos matemáticos que surgiram foram: porcentagem, transformação de unidades de medidas, números decimais, tratamento de dados, perímetro e área.

A primeira evidência desta categoria foi percebida na escola A durante o momento de compartilhamento dos resultados da pesquisa exploratória. O aluno A18, ao iniciar o segundo encontro, momentos antes de irmos ao laboratório de informática, relatou: “60% da massa do cérebro é gordura, um pouco a mais que a metade”. Nesse momento questionei: “quanto a mais?” Em resposta, o aluno

afirmou: “10% a mais”.

Nessa breve discussão é possível perceber que, mesmo o discente não tendo tido contato com o conceito formal de porcentagem, já tinha o entendimento do que representa a simbologia, haja vista que ela está presente em situações cotidianas. Cabe salientar que os alunos desta comunidade escolar estão familiarizados, principalmente, com anúncios feitos pelo comércio, nos quais são oferecidos descontos em compras à vista, bem como nas liquidações de troca de estação, e há acréscimo nas compras a prazo.

Após a socialização dos resultados iniciais, a discussão sobre porcentagem foi retomada no grupo, como elucidado no diálogo a seguir:

PP: *lembra que vocês me disseram que 60% do cérebro é gordura*  
 A18: *é [confirmando a informação]*  
 PP: *e quantos gramas de gordura é isso?*  
 A20: *mas nós não temos nada para pesquisar.*  
 PP: *mas vocês sabem quanto o cérebro pesa?*  
 A20: *sim, um quilo e meio.*  
 PP: *tá então, o que é 60%?*  
 Todos dos grupos: *um pouco a mais que a metade.*  
 PP: *então a metade vocês já sabem que é? Qual é a metade de 1500g?*  
 A20: *[instantaneamente diz] 1200.*  
 A5: *[com voz de espanto] Nãoooo, é 750g.*  
 PP: *então vai ser mais ou menos que 750g? [referindo-me aos 60%]*  
 A20: *Mais. Ah agora entendi!*  
 PP: *Então tentem continuar.*

Nesse momento fui auxiliar outro grupo que estava solicitando minha ajuda. Ao refletir acerca desse momento da prática explorada, pondero que, na situação, assumi uma postura de professora que precisava dar conta de mais outros cinco grupos de trabalho e, em consequência disso, a pesquisadora ficou de lado, deixando de explorar mais essa discussão. Refletindo sobre essa situação, penso que ela trouxe à tona o entrave de ser professor e pesquisador, simultaneamente. Esta mesma dificuldade foi relatada por Rausch (2012), em estudo realizado com professores mestres da educação básica de Blumenau/SC, quando afirma que “os professores mestres evidenciaram também, de uma forma geral, a dificuldade que sentem em realizar pesquisas como professores da educação básica, ou seja, não conseguem ser professores e, ao mesmo tempo, pesquisadores” (RAUSCH, 2012, p. 715).

Prosseguindo na discussão em relação ao tema porcentagem, no encontro

seguinte os alunos novamente solicitaram minha ajuda, pois não conseguiram finalizar o cálculo de determinação de 60% da massa cerebral, iniciado no encontro anterior, conforme diálogo a seguir:

A18: *prof precisamos de ajuda para terminar.*

PP: *então vocês já sabem quanto é a metade e agora como podem determinar o que vai além dos 50%?*

A20: *são 10% a mais.*

PP: *então quantas gramas são 10% de 700g<sup>6</sup>. Quanto equivale 10% dos 50%? [os alunos pensam um pouco] Quantas vezes o 10 cabe no 50?*

A20: *cinco vezes.*

PP: *então quantas partes temos que somar das cinco?*

A5: *Uma.*

PP: *como vamos achar uma parte?*

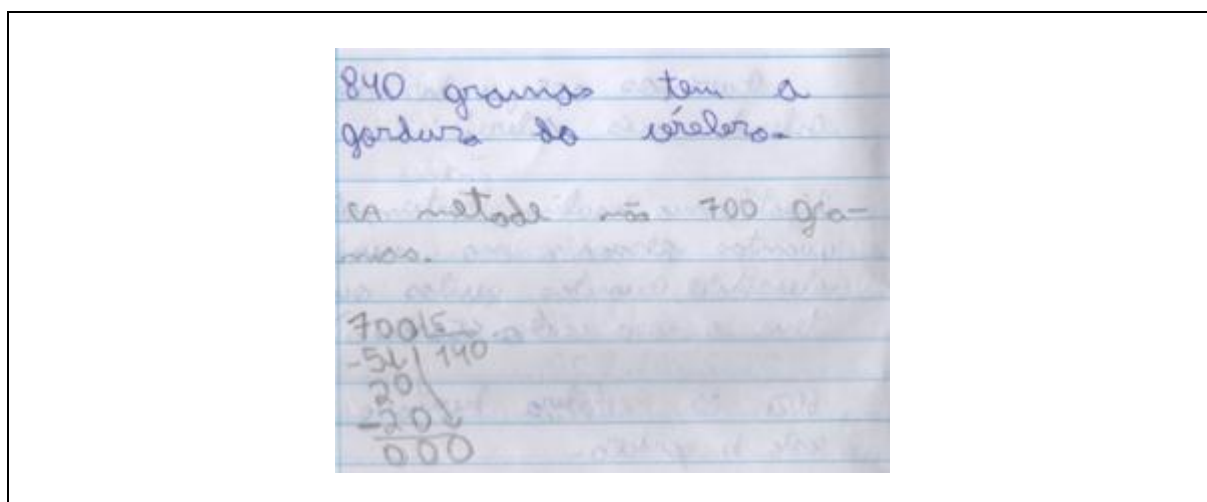
A5: *temos que dividir o resto das gramas por cinco.*

PP: *ok e aí?*

A18: *então temos que somar 140g. Assim vamos ter 840g.*

Após essa conversa, o grupo determinou a massa de gordura presente no cérebro. Para tal, dividiram 50% de massa por cinco e somaram uma parte das cinco à metade da massa, como ilustra a Figura 1. No entanto, ao buscar a formalização do cálculo no caderno, foi possível perceber que todos os integrantes do grupo utilizaram como metade de 1400g o valor de 700g, o que pode ter ocorrido por um descuido na hora do registro.

Figura 1 - Registro do cálculo de determinação da massa de gordura no cérebro



Fonte: A18, 2015.

Ao observar a Figura 1, é possível inferir que o aluno A18 realizou o cálculo

<sup>6</sup> Ao iniciar esta discussão, A18, logo que questionado acerca da metade da massa do cérebro, informou ser 700g, e afirmando que são 1400g a massa do cérebro. Na aula anterior foi informado pelos alunos como sendo 1500g, o que é o correto. Portanto, o erro passou despercebido por mim neste encontro, e as ações posteriores deste grupo todas foram realizadas considerando a massa cerebral de 1400g.

de divisão utilizando o algoritmo da divisão. Esta forma de realizar o cálculo é utilizada pela professora titular durante as aulas de matemática. Sendo assim, o aluno está fazendo uso de conceitos formais já conhecidos para a resolução do problema a que se propôs, com seu grupo, durante a prática de modelagem.

Diante dessas evidências, remeto-me a Almeida, Silva e Vertuan (2013, p. 23) quando expressam que “[...] em atividades de modelagem, os alunos tanto podem ressignificar conceitos já construídos quanto construir outros diante da necessidade de seu uso”. Portanto, a noção de porcentagem já era conhecida pelos discentes. Em contrapartida, para determinar o quanto o percentual corresponde de algo, houve necessidade de familiarização com um conceito desconhecido.

O mesmo grupo citado anteriormente, que modelou a gordura cerebral, suscitou outro conteúdo matemático explorado durante a prática pedagógica em análise - a transformação de unidades de medida. Os alunos problematizaram a transformação de massa. Isso ocorreu quando o grupo da gordura cerebral socializou os dados iniciais da pesquisa exploratória. Durante a apresentação, cada integrante do grupo leu um trecho do levantamento inicial utilizando o caderno de registros. O aluno A20 colocou que “*o cérebro tem massa de um quilo e meio*”. Em seguida, perguntei: “*isso é mais que um quilo ou menos?*” (PP). O grupo respondeu que era mais e A18 complementou “*são quase dois quilos*”.

Como mediadora, papel que deve ser assumido pelo professor em práticas à luz da Modelagem Matemática (BURAK; ARAGÃO, 2012), perguntei “*quanto é meio quilo?*”. A20 respondeu: “*quinhentas gramas*”. Então quantas gramas é a massa cerebral?”(PP). A20 e seus colegas de grupo respondem “*mil e quinhentas gramas*”. Ainda para tornar esse conceito e a quantidade mais reais, perguntei: “*tá e o que podemos comprar que tem mais ou menos essa massa? O que temos no nosso dia a dia que tem essa massa?*”. Essa discussão teve por objetivo despertar nos alunos a estimativa, tópico da matemática muitas vezes esquecido, haja vista que a tratamos como uma disciplina exata e que apresenta resultados pontuais e indiscutíveis.

Após esses questionamentos, todos me olhavam com olhar duvidoso. Comparei então com um pacote de açúcar ou arroz de dois quilos. Essa analogia foi

utilizada, pois são mantimentos com os quais estes discentes têm contato em seu dia a dia. Nesse instante, A20 expressou “*hummm*”; e A18 “*ah [seguido de risos], é verdade*”. A expressão do aluno A18 denota que a comparação para ele foi engraçada e o remeteu a ter dois quilos de arroz ou açúcar sobre a cabeça.

A discussão anterior demonstra a relevância dos conhecimentos que os alunos já trazem consigo e que, no momento de compartilhamento, quando o docente traz para o contexto escolar uma comparação que não havia sido pensada pelos alunos. Assim, o trabalho desenvolvido atinge seus objetivos. Ainda considero que “Não podemos prever que matemática eles usarão daqui a alguns anos, mas temos a certeza de que deverão tomar decisões, ter autonomia [...]” (BURAK; ARAGÃO, 2012, p. 87). Sendo assim, essas vivências podem ampliar seus saberes.

Em adição, Araújo, Freitas e Silva (2011, p. 146) aludem que:

A modelagem na perspectiva da educação matemática crítica, além de contribuir para o desenvolvimento de habilidades matemáticas e da capacidade de aplicar a matemática em situações não matemáticas, contribui também para desenvolver uma forma de conceber a matemática como algo da natureza humana, que tem o potencial de refletir e elucidar sobre os papéis da matemática na sociedade.

Retomando a discussão acerca das unidades de medida discutidas no decorrer da prática, outra transformação que ocorreu foi de milímetros para centímetro. Esta emergiu durante a resolução do problema proposto pelo subgrupo que explorou o tamanho do pé. Os alunos estavam analisando o modelo encontrado na *internet*, conforme Quadro 6, para a determinação do número do calçado adequado para cada pé.

Quadro 6 - Passo a passo seguido pelos alunos para definição do número do calçado a partir do tamanho do pé

1- Coloque uma folha de papel no chão. Você irá desenhar o contorno do seu pé para poder medir, então, evite fazer isso em cima de um carpete ou qualquer outra superfície que seja difícil de se escrever em cima.



2- Coloque seu pé com firmeza em cima do papel. Sua perna deve estar levemente flexionada e sua canela deve estar para frente

do seu tornozelo. Tente colocar seu pé perpendicular às linhas da folha, se for o caso. Você pode ficar em pé, sentar numa cadeira ou ficar agachado.



(Continua...)

(Conclusão)

3- Desenhe o contorno do seu pé todo. Você pode usar a meia que você planeja usar com o tênis que você quer comprar, mas não use um tênis para medir.



4- Marque o comprimento e a largura do seu pé no papel. Use seu piloto<sup>7</sup> para desenhar uma reta que toque em cada lado do contorno do seu pé.



5- Meça o comprimento do seu pé. Use uma fita métrica ou uma régua para medir do topo até a base do contorno do seu pé. Escreva esse número. Ele irá te ajudar a determinar o número do seu calçado.



6- Meça a largura do seu pé. Meça a distância entre as linhas da esquerda e da direita e escreva o tamanho que deu. Muitos sapatos vêm com diferentes larguras, logo, esse número irá determinar qual versão você deve comprar.



7- Subtraia 5mm de cada medida. Isso é para descontar o pequeno espaço que o piloto deixa entre a linha e seu pé.



8- Use o comprimento e a largura que você encontrou para descobrir o tamanho do seu calçado com a ajuda de uma tabela. Homens e mulheres usam medidas diferentes, assim como o sistema muda entre os países.

Para *mulheres*, veja a medida correspondente nos tamanhos abaixo.

34 = 22,5 cm de comprimento

35 = 23 cm

36 = 23,5 cm

37 = 24 cm

38 = 25 cm

39 = 26 cm

40 = 27 cm

41 = 27,5 cm

Para *homens*, veja a medida correspondente nos tamanhos abaixo.

35 = 23 cm de comprimento

36 = 23,5 cm

37 = 24,5 cm

38 = 25,5 cm

39 = 26 cm

40 = 27 cm

41 = 27,5 cm

42 = 28,5 cm

43 = 29,5 cm

44 = 30 cm

45=30,5 cm

46= 31 cm

47= 32 cm

48 = 33 cm

Fonte: Wiki How (s.d.).

<sup>7</sup> Este verbete não foi substituído, pois esta é a cópia da *internet*. Significa utilizar uma caneta para fazer o desenho do pé.



Segundo indicações encontradas no *site*, o item 7, do texto acima, indicava subtrair cinco milímetros da medida do comprimento e da largura do pé. Nesse momento, a aluna A9 solicitou minha ajuda e transcorreu o diálogo a seguir:

A9: *prof é que aqui a gente já mediu* [referindo-se a medida da largura e comprimento do pé] *e agora o que a gente tem que fazer aqui* [apontando para o passo seguinte do modelo].  
 A10 [menciona o nome da colega A9] *aqui embaixo tá escrito, mas a gente não sabe como vai subtrair isso.*

Nesse momento foi possível perceber que os alunos não sabiam somar milímetros e centímetros, o que fez com que recorressem a mim. Cabe destacar que este grupo não dispunha de conhecimentos matemáticos suficientes para resolver a situação-problema à qual se propôs. Na sequência do diálogo, assumi novamente o papel de mediadora do processo de construção do modelo do grupo.

PP: *tá deixa eu ler* [faço a leitura e verifico o que já foi feito dos passos do modelo].  
 Transcorrem alguns instantes.  
 PP: [pego um régua e inicio a intervenção] *Pessoal, um pedaço todo* [mostrando 1 cm] *tem quantos pedaços menores tem dentro deste maior?*  
 Os alunos ficam pensativos e em silêncio.  
 PP: *quanto é um centímetro na régua?*  
 A22: *do 13 até o 14.*  
 PP: *então, quantos pedaços têm entre estes dois números?*  
 A22: *nove, logo A21e adverte “dez”.*  
 PP: *então, o que são estes dez dentro do centímetro?*  
 A21: *são milímetros.*  
 PP: *Então dez milímetros são...* A22 completa: *um centímetro.*  
 PP: *Então, se você tem que subtrair cinco milímetros, o que isso é do centímetro?*  
 A9: *a metade.*  
 PP: *então, como vocês vão subtrair?* [exemplifico, solicitando que pensem em meio real, novamente solicitando que se remetam a algo relacionado com o cotidiano, haja vista que estes discentes têm contato com o sistema monetário].  
 A10: *são cinquenta centavos.*  
 PP: *tá e como tu escreves isso?*  
 A10: *zero vírgula cinquenta.*  
 PP: *então, subtrair cinco milímetros, vocês vão subtrair zero vírgula cinco da medida em centímetros que vocês já têm.* [Ainda reforço a ideia de que meio centímetro é 0,5].

Depois desse diálogo, sugeri que utilizassem a calculadora para facilitar o cálculo, pois o grupo ficou boa parte do tempo fazendo o desenho do pé e interpretando os demais passos do modelo. Era necessário, nesse momento, simplificar a resolução do problema (BASSANEZI, 2006). Após a pausa para reflexão, retornei o diálogo:

A10: [narra o que está fazendo na calculadora] *7 menos zero ponto 5, deu seis ponto cinco.*

PP: *Sempre que tiver o ponto na calculadora, escrevemos seis vírgula cinco.* [sugiro que cada um faça seus cálculos].

A10: [continua falando o que vai fazer] *Espera 20 menos 0,5.*

[e antes mesmo de A10 terminar o cálculo] A9: *vai dar 19 vírgula cinco.*

Neste momento o encontro terminou, e os demais cálculos foram realizados na aula seguinte.

Essa passagem explicita que os discentes, em atividade de Modelagem Matemática, nem sempre têm conhecimento de toda Matemática necessária para resolver a situação-problema a que se propuseram. Sendo assim, esse resultado corrobora com Almeida, Silva e Vertuan (2013, p. 22-23) quando afirmam que

Em muitas situações, ao se envolver com atividades de modelagem, os alunos se deparam com um obstáculo para o qual não possuem, provisoriamente, conhecimentos suficientes para superá-lo, emergindo assim a necessidade de construir esse conhecimento por meio dessa atividade.

Em acréscimo, Biembengut e Hein (2014, p. 12) também aludem que a construção de um bom modelo matemático

[...] depende do conhecimento matemático que se tem. Se o conhecimento matemático restringe-se a uma matemática elementar, como aritmética e/ou medidas, o modelo pode ficar delimitado a esses conceitos. Tanto maior o conhecimento matemático, maiores serão as possibilidades de resolver questões que exijam uma matemática mais sofisticada. Porém o valor do modelo não está restrito à sofisticação matemática.

Mais um conhecer matemático emergente foi a utilização de números decimais, que pode ser percebida já no diálogo anterior, quando a aluna fez a subtração de 20 menos 0,5, inferindo que o resultado era 19,5. Assim, mesmo o cálculo estando relacionado com a transformação de unidade, ele não deixa de estar presente nesse tópico, pois “nesse método, a construção do conhecimento matemático é favorecida pelas inúmeras possibilidades de um mesmo conteúdo ser visto no decorrer do desenvolvimento de um tema” (BURAK, 2016, p. 38). Portanto, minha reflexão se volta ainda ao enlace dos conhecimentos, haja vista que estes não estão dissociados, mas formam uma teia de conhecimentos. Assim, a modelagem “[...] vai ao encontro das novas tendências que apontam para a remoção de fronteiras entre as diversas áreas de pesquisa” (BASSANEZI, 2006, p. 16).

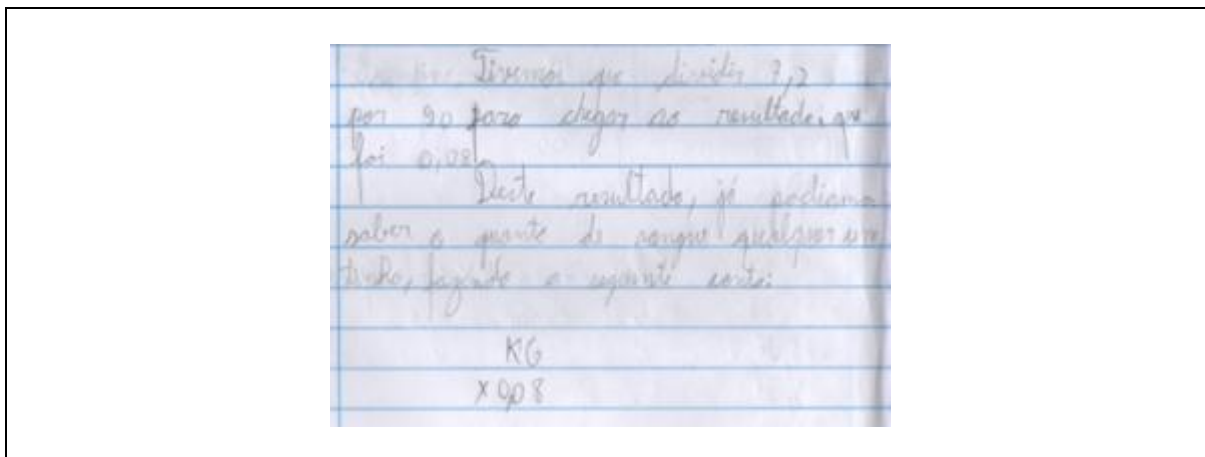
Ainda sobre a exploração dos números decimais, o grupo que discutiu e modelou o sistema circulatório, realizou cálculos de divisão utilizando papel e lápis. Essa necessidade surgiu, pois o grupo encontrou em suas pesquisas que uma

pessoa de 90 kg tinha 7,2 litros de sangue no corpo. Diante dessa informação, o grupo se propôs a determinar qual era a soma de litros de sangue de toda a turma. Para tal, necessitava saber quantos litros correspondia a 1 kg de massa corporal. Sendo assim, dividiu os 7,2 litros pelos 90 kg.

Para explicitar como os resultados foram encontrados, durante a socialização final, o aluno A16 realizou a descrição do cálculo  $7,2 \div 90$  utilizando o quadro e narrando: “*eu faço 72 dividido por 90. O noventa cabe zero vez no 72; depois do zero coloco uma vírgula e aí coloco um zero aqui embaixo [mostrando que dividirá 720 por 90], aí o 90 cabe 8 vezes no 720*”. No papel de mediadora, lembrei o aluno da necessidade de fazer os ajustes de vírgula, pois “[...] orientar é indicar caminhos, é fazer perguntas, é não aceitar o que não é bom, é sugerir procedimentos” (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN 2013, p. 24). A16e prontamente retomou o cálculo e finalizou, dizendo: “*7200 dividido por 900 é 0,08*” [os alunos dividiram 7200 por 900, pois fizeram o ajuste de vírgulas tendo o cálculo 72 dividido por 900, então ponderaram que o 900 não cabe nenhuma vez no 72, adicionam a vírgula no quociente, inferindo que isto lhes permite colocar zeros depois do dividendo, chegando ao cálculo  $7200 \div 900$ ]. A turma, quando indagada acerca do motivo do resultado ter sido 0,08, respondeu: “*porque ele colocou dois zeros depois do 72.*” Este resultado reforça que “[...] a Modelagem Matemática no ensino pode ser um caminho para despertar no aluno o interesse por tópicos matemáticos que ele ainda desconhece [...]” (BIEMBENGUT; HEIN, 2014, p. 18).

Diante do resultado supracitado, o grupo solicitou que todos os colegas informassem sua massa corporal. Após essa coleta de dados, realizaram a multiplicação de 0,08 pela massa de cada colega, como fica evidente no registro do aluno A16d (FIGURA 2). Ao fazer esta síntese, o discente descreveu o modelo matemático desenvolvido para resolução do problema a que o grupo se propôs. A organização destes resultados será discutida na sequência, quando me refiro ao tema tratamento de dados.

Figura 2 - Organização do modelo matemático



Fonte: A16, 2015.

Assim, outro tópico matemático, utilizado por cinco grupos da escola A, foi o tratamento de dados, visto nos cartazes construídos para a socialização dos resultados. As tabelas tiveram papel relevante na organização, apresentação dos dados obtidos e constituindo os modelos do grupo. Tortola e Almeida (2013, p. 625) aludem que:

[...] um modelo serve para representar ou tornar presente o objeto matemático, podendo, portanto, assumir diversas representações, por exemplo, tabela, gráfico, figura, expressão algébrica, descrição em linguagem natural ou conjunto de contas e expressões numéricas, entre outras.

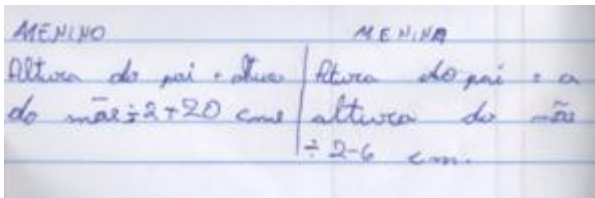
A primeira evidência deste tópico foi possível de ser percebida no trabalho do grupo que modelou a provável altura que os colegas da turma alcançariam quando fossem adultos. Para tal, mediram os colegas da turma e solicitaram que todos pesquiassem a altura do pai e da mãe, haja vista que o modelo encontrado na *internet* indicava os seguintes cálculos: para futura altura de meninos  $\frac{\text{altura do pai} + \text{altura da mãe}}{2} + 13$ ; e para meninas  $\frac{\text{altura do pai} + \text{altura da mãe}}{2} - 13$ . Diante dos dados obtidos, realizaram o cálculo para cada colega. Os resultados obtidos estão dispostos na coluna “altura final” do Quadro 7.

No entanto, o grupo, ainda não satisfeito, quis comprovar se esses modelos estavam fornecendo os resultados corretos. Foi quando sugeri que utilizassem dados de pessoas que já haviam parado de crescer para que confirmassem as fórmulas. No encontro seguinte a esta mediação, forneci ao grupo a altura do meu pai e da minha mãe e a minha altura final, para comprovação dos resultados das

meninas; e, do meu primo, para verificação da altura dos meninos. Após a averiguação, perceberam que o resultado para as meninas era sete centímetros menor e, dos meninos, sete centímetros maior, criaram a coluna “ajuste” no Quadro 7. Nesta alteraram a altura final em sete a mais ou a menos, conforme o sexo. Ainda ao analisar o Quadro 7 é possível perceber que os dicentes fizeram o ajuste nas duas últimas linhas que foram os resultados coletados para a comprovação do modelo, o que não deveria ter sido feito.

Frente aos resultados de validação do modelo encontrado (BASSANEZI, 2006; ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2013; BIEMBENGUT; HEIN, 2014), o grupo propôs seu próprio modelo, conforme pode ser visto no registro, fazendo as adaptações que entendiam serem necessárias ao modelo (FIGURA 3). Dessa forma, ocorreu a análise crítica da solução do problema que “[...] é um momento muito rico e especial para analisar e discutir a solução ou as soluções encontradas” (BURAK; ARAGÃO, 2012, p. 100). Essa iniciativa de verificação e construção do modelo permite inferir que a metodologia utilizada cumpriu seu papel nos processos de ensino e de aprendizagem.

Figura 3 - Registro do novo modelo proposto pelo grupo que modelou a altura



MENINO	MENINA
Altura do pai + altura do mãe $\div 2 + 20$ cm	Altura do pai + a altura do mãe $\div 2 - 6$ cm

Fonte: A22, 2015.

Nesse modelo, os alunos propuseram, para os meninos, a média aritmética entre a altura dos pais, adicionando ao final 20 centímetros. Já para as meninas, citaram igualmente a média aritmética dos seus genitores, porém diminuindo 6 cm.

Em adição às discussões já exploradas, o grupo, no dia em que os dados foram coletados, sistematizou-os em um quadro sugerido pelo aluno A3: “*vamos fazer uma tabela para deixar os dados de cada colega juntos*”. Após a realização dos cálculos e a definição do modelo, complementaram o quadro e o transcreveram em um cartaz (QUADRO 7), a fim de apresentar os resultados de maneira organizada.

Durante a apresentação dos resultados, cada integrante do grupo leu uma linha do quadro que corresponde aos dados de um colega. As células vazias atribuíram ao fato de o colega não haver fornecido as informações solicitadas pelo grupo. Ao finalizar a apresentação, A13 ponderou: “*nosso colega do grupo A3 hoje é o mais baixo da turma, mas será o mais alto, como podemos ver aqui* [apontando para a linha em que estavam os dados do colega]”. Por meio desse relato, posso inferir que essa forma de organização permite aos discentes olhar seu trabalho na totalidade e analisar de forma criteriosa os resultados, apresentando-os com propriedade. Como acrescentam Almeida Silva e Vertuan (2013, p. 18-19),

[...] o desenvolvimento de uma atividade de Modelagem Matemática culmina com a comunicação de uma resposta do problema para outros. Essa comunicação implica essencialmente o desenvolvimento de uma argumentação que possa convencer aos próprios modeladores e àqueles aos quais esses resultados são acessíveis de que a solução apresentada é razoável e é consistente [...].

Quadro 7 - Cartaz de apresentação do subtema - Altura<sup>8</sup>

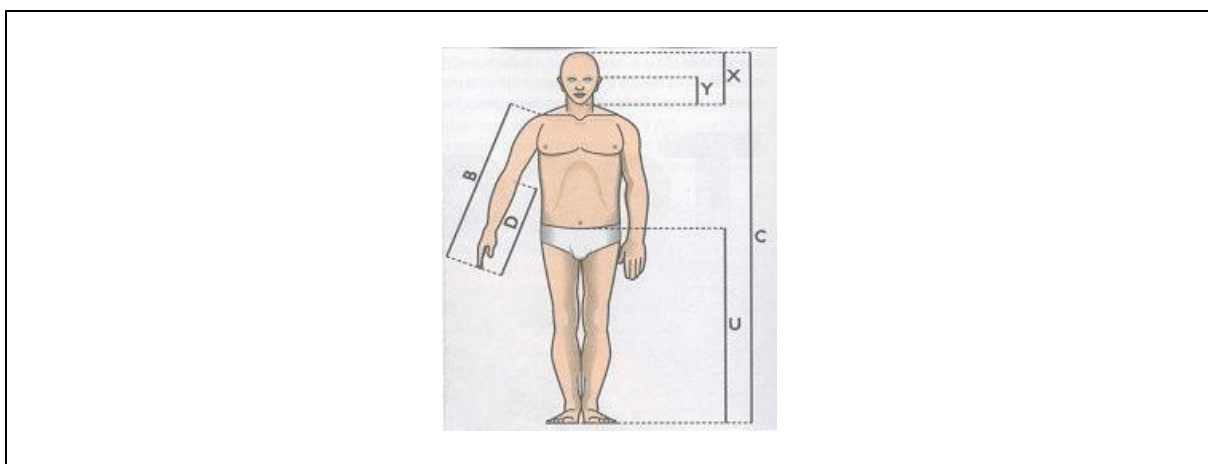

Fonte: Alunos, 2015.

<sup>8</sup> Todos os cartazes foram digitados, haja vista que as fotografias não ficaram nítidas. No entanto, as imagens originais estarão presentes ao longo do trabalho para confirmação de sua utilização.

Já o grupo que investigou o número da beleza, usou as medidas B, D, Y, X, U e C (FIGURA 4) em todos os colegas da turma (FIGURA 5). O termo, número da beleza, refere-se ao fato de que, “[...] para os gregos antigos, uma pessoa seria considerada bela, se possuísse um padrão relacionado com o número 1,618” (FERRER, s.d., p. 12).

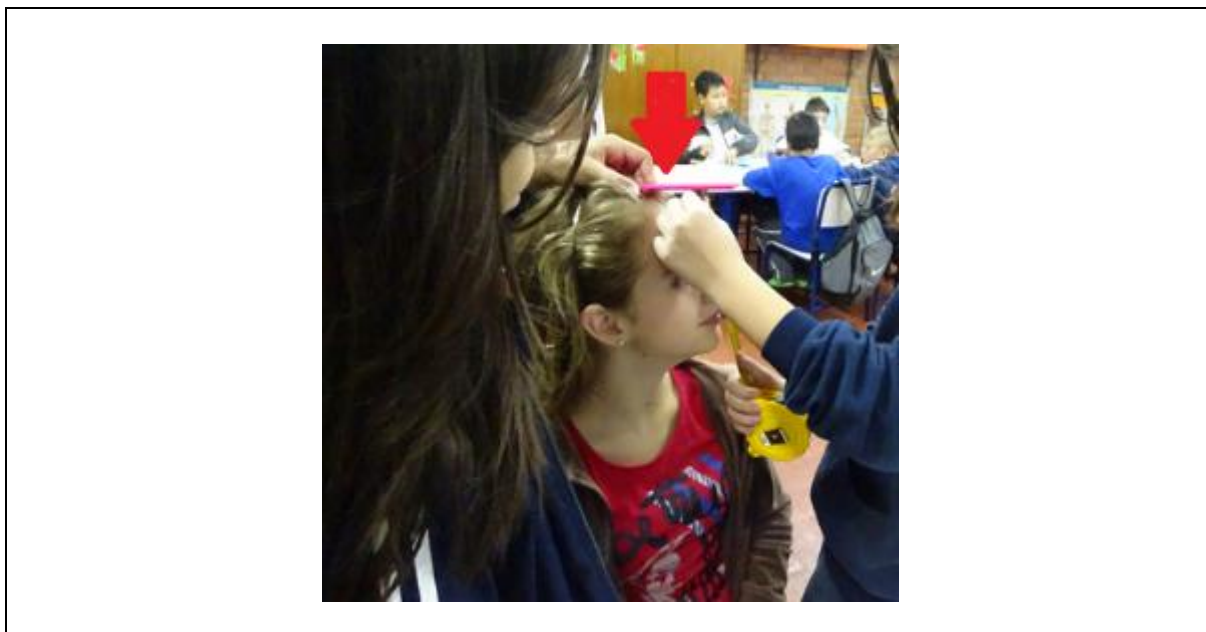
Destaco a relevância desse momento, pois o grupo precisou fazer uso de instrumentos como a trena, que normalmente não é utilizada na escola, e a régua que é manuseada e estimulada pela professora titular nessa turma. A régua, por sua vez, auxiliou na criação de uma linha para o início da cabeça, conforme destacado na imagem G, com a seta em vermelho. Após as medições, os discentes do grupo fizeram a razão entre B e D, X e Y e C e U. Esses três resultados foram somados e divididos por três, fazendo então a média da harmonia de cada colega.

Figura 4 - Representação das medidas para definição do número da beleza



Fonte: Ferrer (s.d.).

Figura 5 - Realização das medições para determinação do número da beleza



Fonte: Autora, 2016.

A utilização do quadro foi necessária para a apresentação dos resultados finais. Nesta, expuseram a média da relação determinada inicialmente (QUADRO 8). Durante a apresentação dos resultados, a aluna A10 fez a leitura dos dados. Ao finalizar a apresentação, questionei:

PP: *qual dos colegas ficou mais próximo do número 1,618?*

A11: [prontamente respondeu] *o colega A14 e A1, sendo que A14 passou um pouco e A1 não chegou bem lá.*

PP: [Na sequência ainda problematizei] *se estes colegas chegaram mais perto, não significa que são mais belos, mas que seu corpo é mais proporcional.*

A11: [complementa] *só o homem vitruviano<sup>9</sup> [a citação deste elemento da arte/matемática foi possível devido ao texto que eu forneci aos grupos para iniciar as discussões acerca do subtema escolhido] é perfeito.*

Neste último comentário é possível inferir que A11 realizou a análise crítica dos resultados encontrados, cumprindo mais uma etapa da Modelagem Matemática proposta por Burak e Aragão (2012), importante momento de discussão de aspectos não matemáticos.

Nessa passagem visualizo, com clareza, os papéis assumidos pelos envolvidos em uma prática de Modelagem Matemática. Eu, no papel de mediadora, auxiliando e questionando os discentes, instigando o afloramento de novos conhecimentos. Entendo que isso ocorreu mais claramente quando disponibilizei um

<sup>9</sup> Foi desenhado por Da Vinci. É totalmente simétrico e a relação entre suas medidas é sempre 1,618.



texto com informações com as quais este grupo jamais havia tido contato. E os alunos, se tornando ativos na construção da aprendizagem, propondo soluções para impasses quando faziam a medição de formas não geométricas.

Quadro 8 - Cartaz de apresentação do subtema - Número da beleza

	Nomes Média	
	Nomes	Média
1		1,573
2		1,587
3		1,516
4		1,533
5		1,534
6		1,603
7		1,593
8		1,591
9		1,591
10		1,582
11		1,522
12		1,524
13		1,632
14		1,541
15		1,554
16		1,518
17		1,581
18		1,485
19		1,453
20		1,481
21		1,583
22		1,441
23		1,536
24		1,463
25		1,555

Fonte: Alunos, 2015.

Outro grupo que utilizou o tratamento de dados para apresentar e organizar sua apresentação foi o que modelou a gordura cerebral. Como já discutido inicialmente, estes discentes determinaram a quantidade de gordura no cérebro.

No entanto, após essa etapa, ainda queriam fazer mais cálculos. Observando os demais grupos, indagaram: “prof precisamos de uma ideia!”. Fui até eles e, em conjunto, questionaram o que poderia ser feito para envolver os demais colegas da turma. Sugeri, então, que determinassem quantas calorias a massa de gordura cerebral poderia fornecer, quais atividades físicas poderiam ser feitas para gastar as calorias do cérebro. Cabe salientar que nessa passagem fui orientadora do trabalho de modelagem, sugerindo alguns caminhos que poderiam ser trilhados para que o grupo se sentisse motivado a prosseguir nas atividades (ALMEIDA; SILVA;

VERTUAN, 2013).

Em seguida, a equipe determinou que as 840g de gordura cerebral são 3360cal, fazendo 4cal [o que corresponde a 1g de gordura] vezes 840g. Na sequência, buscaram quadros de gasto calórico, advindas de sites da *internet* (QUADRO 9). E, para envolver os demais discentes da turma, este grupo de alunos solicitou que cada colega informasse as atividades físicas realizadas naquele dia e o tempo utilizado para cada uma. Diante dos dados fornecidos, foi possível determinar o gasto calórico de cada aluno, multiplicando o tempo da atividade pela quantidade de calorias gastas por minuto.

Quadro 9 - Quadro de gasto calórico

Andando de bicicleta	180 a 300/hora
Bate	8 kcal/min
Basquete	10 kcal/min
Beijando	8 kcal/min
Beijar e fazer carícias	60 kcal/hora
Boxe	11 kcal/min
Caminhada	5,5 kcal/min
Caminhando rápido	520 kcal/hora
Caminhar devagar	240 kcal/hora
Carregando bebê	141 kcal/hora
Capoeira	12 kcal/min
Ciclismo	6 kcal/min
Compra no Supermercado	270 kcal/hora
Corrida	10 kcal/min
Corrida	500 a 900 kcal/hora
Cozinhar	168 kcal/hora
Dança de Salão	3,5 kcal/min
Dançando rápido	605 kcal/hora
Deitado	77 kcal/hora
Digitando	95 kcal/hora
Dormindo	60 kcal/hora
Escrever	10 a 20 kcal/hora
Esqui aquático	11 kcal/min
Esqui na neve	7,5 kcal/min
Estudar	120 kcal/hora
Exercício leve	310 kcal/hora
Falando ao telefone	85 kcal/hora
Fazer amor	190 kcal/hora
Ficar de pé	130 kcal/hora
Futebol	9 kcal/min
Ginástica aeróbica	6 kcal/min
Ginástica olímpica	6 kcal/min
Golfe	3 kcal/min
Handebol	10 kcal/min
Hidroginástica	6 kcal/min
Jiu-jitsu	12 kcal/min
Jogando vídeo game	108 kcal/hora
Jogar futebol	580 kcal/hora
Judô	12 kcal/min
Lavar louça	60 kcal/hora
Limpeza de casa	300 kcal/hora
Mountain bike	12 kcal/min
Musculação	5 kcal/min
Natação	9 kcal/min
Natação	500 kcal/hora
Pintar casa	160 kcal/h
Remo	11 kcal/min
Squash	13 kcal/min
Subir escada	1000 kcal/hora
Surfe	8 kcal/min
Tênis	8 kcal/min
Trabalhar leve em pé	150 kcal/hora
Trabalho mental casa	60 kcal/hora
Vôlei	6 kcal/min
Windsurf	7 kcal/min

Fonte: Grupo gordura cerebral, 2015.

Para finalizar o trabalho, o grupo organizou o quadro que pode ser visto no Quadro 10. Neste estão dispostas as calorias gastas pelos colegas durante um dia de atividades físicas. Algumas linhas estão incompletas, pois nem todos disponibilizaram os dados. Durante a apresentação, A18 ponderou: “*não temos os dados de todos, pois alguns colegas esqueceram de anotar as atividades físicas que realizaram, assim não podemos calcular*”. Com essa afirmação, o aluno deixa transparecer que seu trabalho não ficou completo. Durante a apresentação esse fato não o incomodou, porém, na etapa da coleta de dados, reclamou da falta de comprometimento de alguns colegas que não forneceram as informações.

Quadro 10 - Cartaz de apresentação do subtema ilustrando a gordura cerebral

	Nomes	Calorias gastas
1		177
2		1197
3		470
4		
5		
6		1740
7		831
8		305
9		830
10		
11		959
12		522
13		111
14		
15		
16		3440
17		377
18		
19		165
20		1620
21		145
22		
23		580
24		

Fonte: Alunos, 2015.

Durante a apresentação dos resultados do gasto calórico, o grupo ainda inferiu que alguns colegas tiveram gasto calórico bem elevado e outros gastaram poucas calorias. Salientaram que essa diferença no valor depende da atividade realizada, bem como do tempo dispensado para tal.

O último quadro (QUADRO 11) apresentado aos colegas foi o organizado

pelo grupo que discutiu o sistema circulatório. Os resultados dos cálculos já foram citados anteriormente. O quadro apresenta a síntese dos dados coletados junto aos colegas da turma para definir a quantidade total de litros de sangue que se teria quando somadas as quantias individuais de sangue de cada colega. Para a apresentação, cada integrante do grupo leu uma linha do quadro. Ao final, o A4 questionou: “*vocês querem ver a tabela*<sup>10</sup>?” Diante da resposta positiva, a folha com o quadro passou de mão em mão, possibilitando que cada aluno revisitasse seus dados.

Ao apreciar o quadro dos colegas, o aluno A10 disse: “*meus dados estão aqui, mas não foram lidos*”. A16 reagiu: “*desculpas, acho que nos perdemos ao passar a folha*”. Outros dois discentes ponderaram que sua massa corporal não estava certa. Nesse instante argumento que erros podem acontecer, mas que é preciso ter bastante cuidado quando realizamos atividades que envolvem dados dos colegas, pois

[...] tão importante quanto o trabalho com os aspectos matemáticos das situações, é a abordagem dos aspectos não matemáticos, pois consideramos que são formadores de valores e atitudes que são permanentes, pois, nessa fase de sua formação, esses valores são desenvolvidos e incorporados (BURAK; ARAGÃO, 2012, p. 100).

Ainda acerca do Quadro 11, é possível verificar que há uma coluna com a porcentagem de sangue no corpo. Para realizar esse cálculo, os alunos multiplicaram a quantidade de sangue por cem e dividiram pela massa corporal. Esta forma de fazer o cálculo foi mostrada por mim aos discentes, pois estes só quiseram verificar se realmente a quantidade de sangue no corpo correspondia a oito por cento, conforme informação encontrada na *internet*. Este tópico não foi explorado com mais profundidade pelos alunos, pois só quiseram fazer a verificação e o tempo da intervenção pedagógica já estava terminando. Durante a apresentação enfatizaram os cálculos desenvolvidos para a definição da quantidade de litros de sangue no corpo.

Os dados revelam que os alunos interpretaram os resultados encontrados de maneira concisa, observando as variáveis. O conhecer matemático envolvido pode torná-los cidadãos atentos às informações que as mídias oferecem, haja vista que

---

<sup>10</sup> Denominação utilizada pelo aluno ao se referir ao quadro construído pelo grupo.

muitas vezes notícias vêm acompanhadas de tabelas que sintetizam dados importantes quanto à economia, à política, à educação. Assim

Não pretendemos formar sujeitos sem determinação, sem ideias próprias, sem capacidade de argumentar e dialogar sobre uma situação, não pretendemos formar um sujeito incapaz de decidir por si, sem possibilidade de antever uma situação, sem noção do global. Ao contrário, intencionamos formar um cidadão que desenvolva a autonomia e seja crítico, capaz de trabalhar em grupo, capaz de tomar decisões diante das situações do cotidiano, da sua vida familiar, da sua vida profissional ou sua condição de cidadão, um sujeito capaz de promover transformações em sua comunidade (BURAK; ARAGÃO, 2012, p. 85).

Quadro 11 - Cartaz de apresentação do subtema - Sistema circulatório

Nome	Peso	Litros de sangue	Porcentagem de sangue no corpo
38	3,04	8%	
36	2,88	8%	
35	2,80	8%	
30	2,40	8%	
80	6,40	8%	
39	3,10	7,9%	
53	4,24	8%	
36	2,80	8,2%	
34	2,72	8%	
36	2,88	8%	
48	3,84	8%	
60	4,89	8,1%	
36	2,88	8%	
70	5,60	8%	
73	5,84	8%	
35	2,80	8%	
41	3,28	8%	
42	3,36	8%	
42	3,36	8%	
45	3,60	8%	
69	5,52	8%	
46	3,68	8%	
40	3,20	8%	
34	2,72	8%	
41	3,28	8%	
75	6,00	8%	

Fonte: Alunos, 2015.

Diferentemente da escola A, na escola B, onde o tema central foi o brincar, surgiram outros temas relacionados com a matemática. Um deles foi o perímetro. O desenvolvimento deste conteúdo começou por iniciativa minha, levando em consideração dois subtemas sugeridos pela turma, o vôlei e o futebol.

Para tal exploração, fomos até o ginásio da escola, onde estava desenhada uma quadra de vôlei e uma de futebol. Sugeri, então, que os discentes fizessem a medição das dimensões das referidas quadras. Esta atividade foi realizada em dupla ou trio, conforme preferência dos alunos. Para verificação das dimensões de cada campo, disponibilizei trenas, sendo os dados anotados no caderno de registro de cada um (FIGURA 6).

Figura 6 - Alunos fazendo a medida das dimensões das quadras de vôlei e de futebol



Fonte: Da autora, 2015.

Após a realização das medidas das quadras, já na sala de aula, fizemos a socialização dos resultados. Começamos com a exploração da quadra de vôlei. Solicitei que cada grupo informasse as dimensões encontradas para o campo em questão. Conforme pode ser visto na Figura 7, as dimensões utilizadas foram 10m e 51cm de largura, que foi a medida que mais se repetiu entre os grupos. Segundo Lima et al. (2012, p. 1), “Por mais que o sujeito que faz as medidas em um laboratório seja competente e caprichoso, os dados experimentais nunca terão precisão e exatidão absoluta [...]”. Já para o comprimento, utilizamos 18m, aferição encontrada por todos os grupos.

Dando seguimento ao trabalho, sistematizamos os resultados encontrados na medição da quadra de futebol. Para tal, utilizamos os mesmos critérios já mencionados, ficando definida como largura, 14m, e comprimento, 24m (FIGURA 8). Após essas definições, indaguei os discentes, conforme diálogo que segue:

PP: *Se alguém corresse uma volta completa sobre as linhas da quadra de vôlei, correu quantos metros?*  
 B7: *Vinte oito metros e cinquenta e um centímetros.*  
 PP: *Só 28m 51cm? O que tu fez pra chegar nessa resposta?*  
 B7: *Eu somei 18 m mais 10m e 51 cm.*  
 PP: *Tá mas a pessoa passou por aqui [mostro no desenho comprimento, largura] e por aqui [mostro, novamente, no desenho, comprimento e largura]. Então se 18m mais 10m51cm é 28m e 51cm e é só uma parte o temos que fazer?*  
 B16: *Temos que juntar mais o outro lado [referindo-se ao comprimento e a largura que não tem medidas (FIGURA 7)].*  
 PP: *Então temos que fazer mais 28m e 51cm.*  
 B16 [logo responde]: *56m.*  
 B10: *E 102 cm.*  
 PP: *Então, pessoal, quantos centímetros tem um metro?*

Nesse momento busquei instigar os alunos a fazerem a transformação dos centímetros para metros para que o resultado final ficasse mais simplificado. Penso que esta atitude tenha se dado pela minha experiência docente no ensino de Física. Resgato aqui, novamente, o conhecer matemático da transformação de unidades de medida, que também permeou este debate.

O diálogo seguiu:

B7: *Cem.*  
 PP: *Então o que podemos fazer com esse 102 cm?*  
 B6: *Dá um metro e dois centímetros.*  
 PP: *Então quanto teremos?*  
 B7: *57m e 2 cm.*  
 PP: *Ok, então 57m e 2 cm para quantas voltas?*  
 B7: *Uma.*  
 PP: *Então se alguém percorrer 5 voltas ou 7 voltas vai ter que fazer o quê?*  
 B4: *Fazer vezes 5 ou vezes 7.*  
 PP: *Ok, então vai fazer o tamanho de uma volta vezes o número de voltas.*

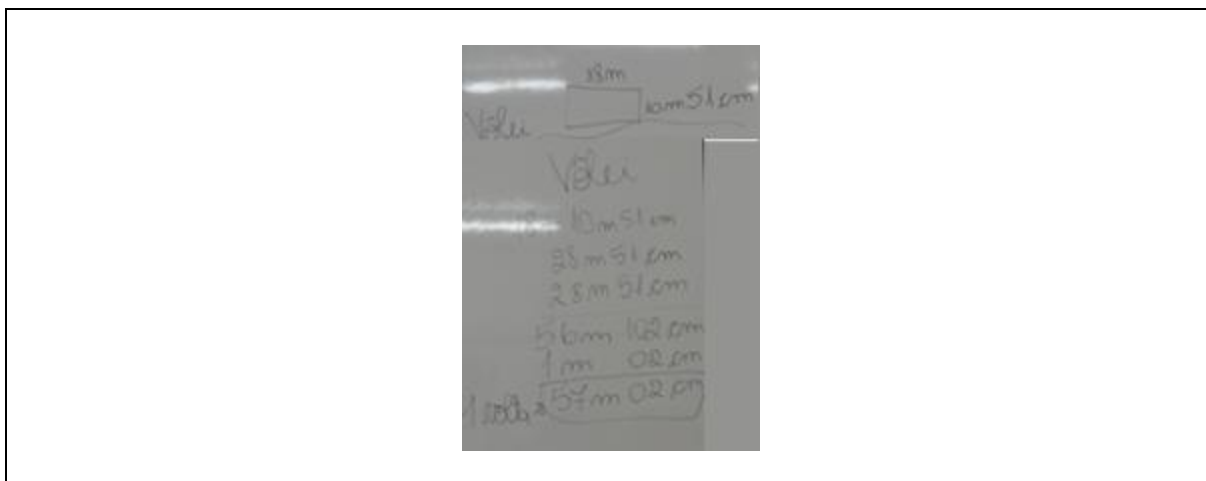
Depois desse diálogo, ainda não utilizei a denominação formal, perímetro, acerca desse conteúdo matemático, mas indaguei os discentes sobre qual seria a distância percorrida se alguém passasse sobre o contorno da quadra de futebol. Os discentes realizaram o cálculo seguindo os mesmos passos explicitados no diálogo anterior, inferindo que serão percorridos 76m (FIGURA 8).

Para finalizar as discussões, questioneei a turma sobre o nome matemático dado ao valor que encontramos para cada quadra, e B16 logo respondeu: “lateral”. Problematicizei, dizendo que esse contorno é matematicamente chamado de perímetro, haja vista que “[...] perímetro é a medida do tamanho do contorno de determinada figura” (QUEVEDO; BASSO, 2011, p. 3).



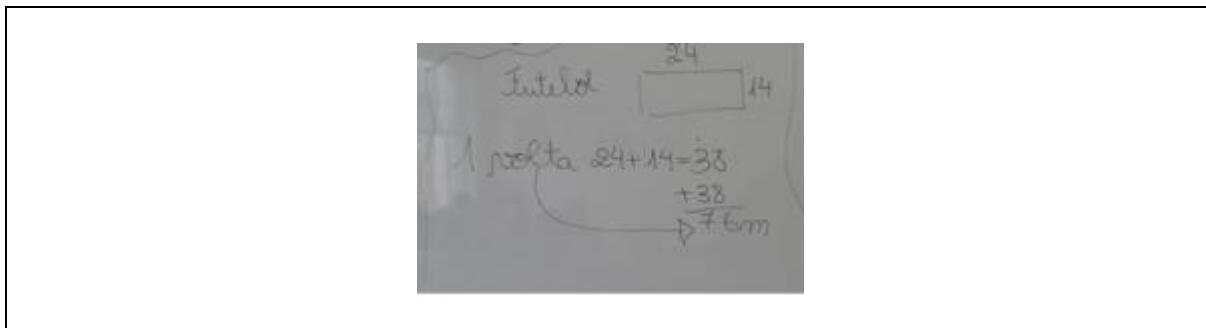
Acredito ser importante este fechamento da aula, pois o aluno desde cedo precisa ter contato com a linguagem matemática formal, considerando que ela o acompanhará durante a vida escolar. Sendo assim, possivelmente, ao ouvir a palavra perímetro, nos próximos anos, se remeterá à atividade realizada.

Figura 7 - Sistematização dos resultados das medições da quadra de vôlei



Fonte: Da autora, 2015.

Figura 8 - Sistematização dos resultados das medições da quadra de futebol



Fonte: Da autora, 2015.

Esses resultados ainda foram explorados durante uma brincadeira de pega-pega, na qual os alunos podiam correr somente sobre as linhas das quadras e deveriam observar quantas vezes passavam sobre cada marcação (FIGURA 9).



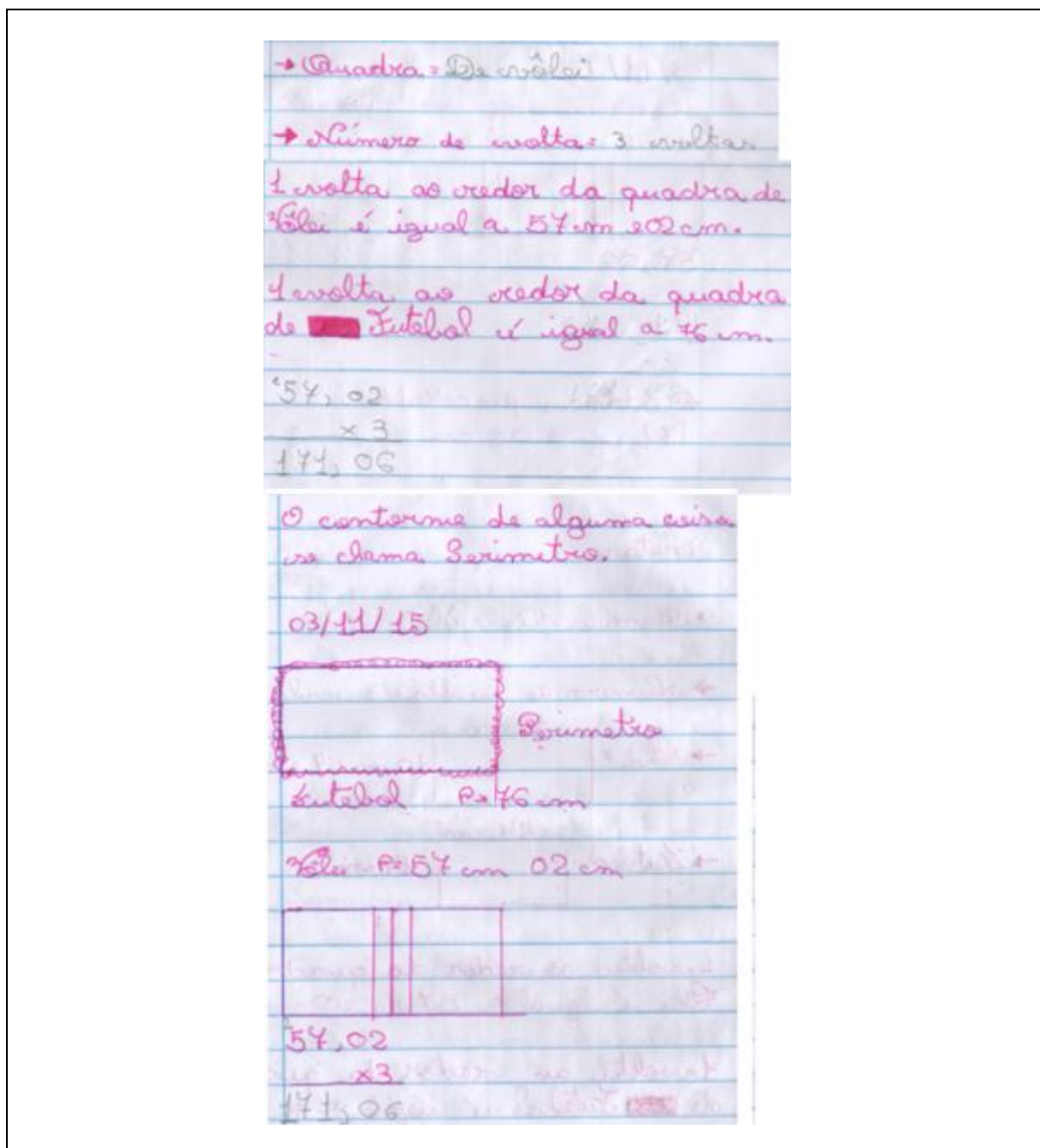
Figura 9 - Alunos brincando de pega-pega sobre as linhas das quadras



Fonte: Da autora, 2015.

De volta à sala de aula, cada aluno determinou individualmente a distância percorrida durante a atividade (FIGURA 10). Nas anotações feitas pelo aluno B5d, pode-se observar que a quadra escolhida para ser percorrida durante o pega-pega foi a de vôlei e que esta foi perpassada três vezes. Sendo assim, para determinar a distância que percorreu durante a brincadeira, o discente fez três vezes o perímetro da quadra utilizada, correndo, então, 171,06 m.

Figura 10 - Determinação da distância percorrida durante a brincadeira de pega-pega



Fonte: B5, 2015.

Em adição, o discente B6 ponderou - “*Eu aprendi o que era perímetro*”. -, o que pode ser um indício de que ele construiu o conceito. A atividade também foi lembrada por vários grupos durante a socialização dos resultados. Sendo assim, possivelmente, os discentes construíram um significado para esse termo (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2012).

Outro conteúdo desenvolvido a partir do subtema boneca/escolinha, proposto

pela turma, foi o cálculo de área. No entanto, como mediadora de sugestões, desafiei os discentes com o seguinte questionamento: “qual a área de tecido utilizada para a confecção de uma roupinha de boneca?”. Para a resolução da problemática, disponibilizei para as duplas ou trios uma peça de roupa de boneca e quadrados de  $1\text{cm}^2$  de área. Estes foram levados prontos por mim para a sala de aula, a fim de otimizar o tempo, e tinham, no verso, um pedaço de fita dupla face, para facilitar a colagem.

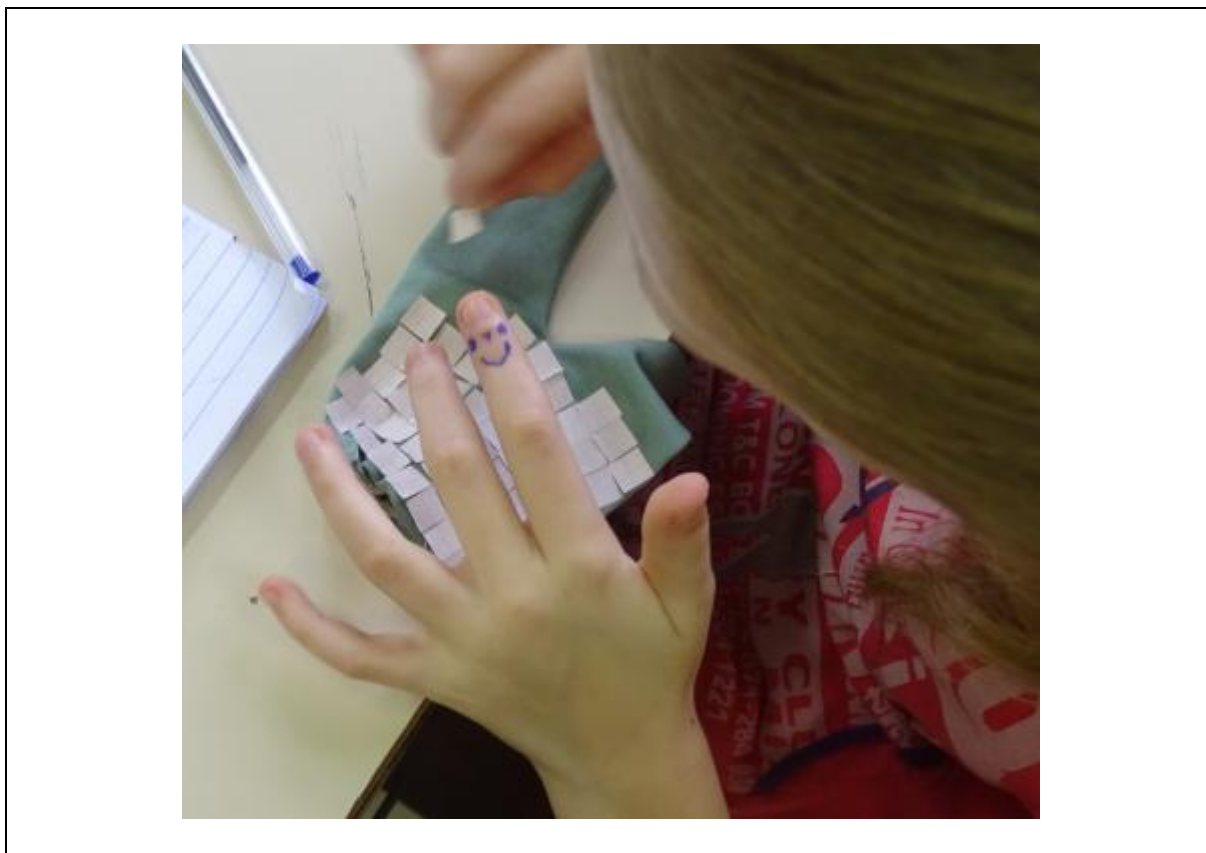
Antes de qualquer ação dos alunos, discuti com a turma o conceito de área associado à definição de Biembengut e Hein (2014, p. 56), quando enunciam que a “[...] área de uma figura geométrica plana é o número que expressa a “medida” da superfície dessa figura numa certa unidade.” Nesse sentido, a superfície de cada quadrado era de  $1\text{ cm}^2$ , então, a soma das áreas de todos os quadrados lhes daria a área total da roupa. Os alunos cobriram uma peça de roupa colando quadrados de um centímetro quadrado de área (FIGURAS 11 e 12).

Figura 11 - Vestido parcialmente coberto pelos quadradinhos



Fonte: Da autora, 2015.

Figura 12 - Calça sendo coberta



Fonte: Da autora, 2015.

Durante a colagem dos quadradinhos, os alunos prontamente cobriram apenas um lado e logo enunciaram *“é só fazer vezes dois que temos o resultado”*. Assim, o modelo emergente nessa atividade pode ser descrito como a área de um lado da peça vezes dois. Essa ideia foi reforçada por B13, quando, ao ser perguntado, *“Como esta maneira de abordar a Matemática ajudou ou não a compreendê-la melhor? Justifique.”*, escreveu, no questionário de avaliação: *“Sim ajudou por causa do perímetro e dos quadradinhos que agente colou nas roupinhas e fizemos o resultado vezes dois para calcular os dois lados da roupinha”*.

Essa resposta mostra que, possivelmente, o conhecer matemático foi assimilado. Ainda acerca da relevância dessa atividade, cabe destacar o escrito de B15: *“Eu adorei, muito bom porque aprendi coisas sobre medidas e é muito importante isso”*.

Portanto, para finalizar meus escritos acerca dos conteúdos matemáticos que emergiram durante a prática pedagógica alicerçada na Modelagem Matemática, apresento a síntese das respostas da última questão do questionário de avaliação

(APÊNDICE R), que procurou entender se a metodologia utilizada durante os encontros havia sido satisfatória. Embora essa questão não fizesse referência aos conteúdos matemáticos abordados durante a prática pedagógica, alguns deles foram citados. Como pode ser visto nos meus grifos

B4: **Bom** me ajudou porque eu amo matemática, eu **compreendo a matemática** porque ela é uma forma de **aprender a calcular**.

B18: **Ajudou a medir coisas terrenos** e me mostrou como deve ser feito.

B20: Sim. Eu não sabia que existia **perímetro e área** e que faziam parte da matemática.

B7: **Ajudou, porque teve medição, divisão, multiplicação** e esse ajuda na matemática a **aprender** coisas que não sabíamos.

B9: Me ajudou, eu **aprendi** ha fazer coisas que eu não sabia antes. Exemplo o **perímetro e os lados de uma forma geométrica**.

B12: Porque eu **aprendi** coisas novas da matemática como **quantos metros tem um campo de futebol quantos metros tem uma quadra de vôlei**.

B14: Sim ajudou por causa do **perímetro e dos quadradinhos** que agente colou nas roupinhas e fizemos o resultado vezes dois para calcular os dois lados da roupinha.

A2: **Bem** porque é legal.

A15: Eu entendi as coisas **as vírgulas** e tudo que a sora explicou.

A7: Me ajudou, porque **aprendi** coisas que não sai.

A8: A matemática me **ajudou a aprender** a que eu não sabia.

A22: A maneira que abordamos matemática ajudo muito, pois aprendemos o que é média, e que é a **virgula** nos permite a colocar mais um zero.

A19: **Boa**. Porque envolveu mais matemática.

A5: Eu acho que esta maneira de abordar a matemática me ajudou sim, pois aprendi um pouco mais a respeito da "**virgula**" em contas, além de me treinar um pouco mais em **divisão, multiplicação, subtração e soma**.

A21: Achei **bom**, pois descobri matemática nova para mim.

A4: A **matemática** me ensinou muitas, **aprendi** muitas coisas.

Analisando as respostas, posso inferir que as atividades desenvolvidas foram significativas para os alunos, pois os termos “aprender” e “matemática”, junto aos termos “bem”, “bom” e “entendi”, conotam o apreço pela metodologia utilizada. Cabe ainda destacar que vários conteúdos matemáticos explorados na análise, também estão presentes nesses relatos. Isso me remete ao que Burak e Aragão (2012); Biembengut e Hein, 2014; Almeida, Silva e Vertuan (2013); Bassanezi (2006) mencionam quando ponderam que a Modelagem Matemática instiga os educandos a buscarem um ferramental matemático muitas vezes desconhecido.

Ao finalizar os escritos acerca dessa categoria, avalio que os discentes, ao se envolverem e serem envolvidos em atividades à luz da Modelagem Matemática, se depararam com temas matemáticos conhecidos e corriqueiros na caminhada escolar. Outros, no entanto, precisam ser construídos. Em adição, ao descrever esta categoria, como pesquisadora, diversas vezes deparei-me com situações em que

um conhecer não andava sozinho, de forma isolada, e, com outras situações que poderiam estar classificadas em mais de um conhecer matemático, haja vista que os conceitos matemáticos acabam por se entrelaçar.

Finalizo, entendendo que, frente a alguns relatos apresentados, a mediação na utilização da Modelagem Matemática cumpriu seu papel nos processos de ensino e de aprendizagem no que tange à exploração de conteúdos matemáticos.

#### 4.1.2 Trabalho de grupo

Para iniciar a estruturação desta categoria, apresento algumas respostas que destacam os vocábulos que se evidenciaram nas respostas da questão três do questionário de avaliação das atividades realizadas. Esse questionamento buscou saber quais foram as considerações dos discentes acerca do trabalho em grupo.

- A2: *Avaliei bem o **grupo** todos são bem responsáveis.*  
 A10: *O trabalho em **grupo** foi **bom** porque eu podia trabalhar mais com meus **colegas**.*  
 A20: *Foi legal o trabalho em **grupo** porque fizemos varias coisas **juntos**.*  
 A13: *Eu e meus colegas **trabalhamos** tudo em **grupo** e foi **bom**.*  
 A17: *O **trabalho em grupo** é **muito bom**, pois compartilhamos ideias, e experiências.*  
 A22: ***Bem legal** porque no trabalho em **grupo** os podemos se comunicar com os outros.*  
 A3: *Eu avalio trabalho em **grupo** muito **bom**.*  
 B7: *Retomando o que a gente fez. O que a gente escreveu e tentando retomar o que está certo e o que está errado.*  
 B19: *Foi **legal** e bem elaborado mesmo com algumas confusões foi legal duas cabeças pensam melhor do que um.*  
 B21: ***Legal**, porque quando a algo que eu não sei alguém do meu **grupo** sabe e me ajuda ou eu ajudo ele.*  
 B4: ***Bom**, porque adorei o trabalho do **grupo**.*  
 B6: *Ótimo, porque podemos trocar ideias se não soubermos de alguma coisa o **colega** ajuda.*  
 B18: ***Muito bom** porque em **grupos** se tem um trabalho para fazer e outro pode ajudar.*

Ao apreciar as respostas, é possível verificar que a palavra grupo foi a mais citada pelos discentes. Esta, no entanto, vista isoladamente, não traduziria nenhum indício de que esta configuração de trabalho em sala de aula tenha feito alguma diferença. Portanto, logo ficam evidentes os adjetivos “bom” e “legal”, que me remetem a um juízo positivo dessa organização, como declarou A22: “*Eu avalio o trabalho em grupo como muito bom*”. Nessa avaliação, o aluno ainda usa o advérbio “muito”, que expressa intensidade, permitindo ponderar que esta configuração foi

significativa na realização das atividades.

Para ter uma melhor clareza do que significa o termo “grupo”, em destaque, busco seu significado em algumas fontes. Assim, encontro alguns, como: “Conjunto de pessoas ou de objetos reunidos num mesmo lugar” (Dicionário online), ou, ainda, “*sm* 1. Reunião de pessoas; 2. Reunião de vários objetos ou pessoas formando um todo; 3. Pequena associação de pessoas que visam ao mesmo objetivo (AMORA, 2009, p. 353)”. Diante dessas definições, é possível destacar os termos emergentes, quais sejam, “colegas” “nós” “todos”. Com essas menções feitas pelos próprios discentes, infiro que o trabalho em grupo foi vivenciado durante a prática pedagógica explorada.

Nesse sentido, a coletividade foi percebida encontro a encontro, mas a manifestação concreta ficou evidenciada quando A8, ao iniciar a socialização dos resultados encontrados, ressaltou “*nossa equipe*”, olhando para todos os colegas do grupo com satisfação e um sorriso no rosto [interpretação pessoal a partir das imagens do vídeo].

Nessa passagem, somente a fala não deixa transparecer tanto significado quanto toda cena analisada. Cabe ressaltar que o aluno, ao perpassar os demais colegas com uma feição positiva, me fez refletir que ter trabalhado em grupo foi realmente relevante e possibilitou uma experiência diferenciada para que ocorresse a aprendizagem. Essa situação corrobora com Almeida, Silva e Vertuan (2013, p. 32), quando afirmam que “A aprendizagem depende em grande medida desses contatos nas relações interpessoais que acontecem durante a comunicação entre os participantes”.

Em adição, A11 escreveu: “*Que é bom porque podemos dizer que a gente aprende a trabalhar em equipe.*” Dessa forma,

[...] a Modelagem Matemática em sala de aula pode ser vista como uma atividade essencialmente cooperativa, em que a cooperação e a interação entre os alunos e entre o professor e aluno têm um papel importante na construção do conhecimento (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2013, p. 22).

Essa cooperação para a construção do conhecimento não foi registrada e observada somente pela professora pesquisadora, mas considerada pelos discentes envolvidos, como pode ser notado nas afirmações a seguir [grifos meus]. Estas falas

são oriundas do questionário de avaliação da prática pedagógica:

*Eu acho que o trabalho em grupo é melhor que o individual, pois **juntos conseguimos mais informações** (B5).*  
*Legal, porque as pessoas podem **dividir suas ideias** (B6).*  
*Legal, porque quando há algo que **eu não sei alguém do meu grupo sabe e me ajuda** ou **eu ajudo ele** (B9).*  
*[...] porque podemos **trocar ideias** se não soubermos de alguma coisa o **colega ajuda** (B12).*  
*O trabalho em grupo foi bom porque eu podia **trabalhar mais com meus colegas** (A5).*  
*O trabalho em grupo eu gostei demais porque eu **posso compartilhar** com meus colegas (A7).*  
*[...] o trabalho em grupo como uma atividade **para compreender os gostos do outros** (A9).*  
*O trabalho em grupo é muito bom, pois **compartilhamos ideias, e experiências** (A12).*  
*Bem legal porque no trabalho em grupo os podemos nos **comunicar com os outros** (A14).*  
*Eu acho que o trabalho valeu a pena foi bom, pois aprendemos a trabalhar um pouco mais em grupo **aprendemos inúmeras coisas novas** (A16).*  
*Meu grupo me **ajudou também a entender** (A17).*

Nos destaques das falas supracitadas, percebe-se que, além da cooperação estar intrínseca, esta forma de trabalho possibilita o surgimento de novas posturas dos discentes no processo de aprendizagem. Nos grifos das escritas de B5, B6, B12 e A16 emerge a construção conjunta do conhecimento, seja na hora de obter informações ou nos momentos de compartilhar os dados levantados. Estas posturas de “[...] interações podem ser entendidas como ações que os indivíduos exercem sobre os outros sem que haja, necessariamente, finalidade de transferir informações, mas sim de estabelecer uma relação, um entendimento entre pessoas” (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2013, p. 32).

Na vertente do entendimento entre pessoas, destaco também as escritas de B9, B12, A5, A7, A17 e A12, nas quais a ajuda mútua foi frisada. Este sentimento de ter sido auxiliado e de ter auxiliado algum colega em sala de aula me remete a uma educação mais humana e solidária, na qual o grupo se torna mais significativo. Sendo assim, a utilização da Modelagem Matemática quebra os paradigmas do individualismo, contribuindo para a formação de alunos que possam viver melhor em sociedade, discutindo e construindo conhecimento em conjunto.

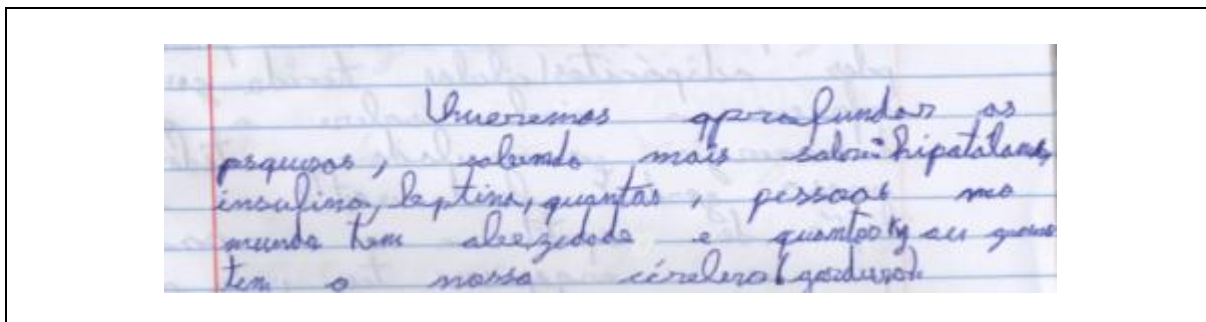
Para que os pontos anteriormente citados possam realmente se efetivar, é relevante que os envolvidos na modelagem de um problema saibam e consigam se comunicar, como o destacado por A14, A7 e A12. Assim, “[...] discutir a natureza de



um modelo, suas implicações sociais e desenvolver habilidades para avaliar o uso deste modelo, um modo de fazê-lo é por meio do conhecimento reflexivo” (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2013, p. 33). Outra expressão destacada é a de A9 - “compreender os gostos dos outros” -, pois o aluno demonstra capacidade de se colocar no lugar do outro.

Mais uma fonte de evidência do trabalho acerca de um objetivo comum nas discussões do grupo pode ser vista na Figura 13. Este é o registro de A18 no primeiro encontro, no momento em que foram relacionadas as curiosidades sobre o subtema. O aluno escreveu a palavra “queremos”, o que é um indicativo de que as dúvidas e questionamentos emergiram do comum. Neste recorte, também é possível visualizar a anotação de tópicos específicos do interesse do grupo, que estavam no texto inicial oferecido por mim. Considero, assim, que a leitura e discussão foi realizada com cuidado e o grupo esmiuçou com detalhes as informações oferecidas.

Figura 13 - Relato das dúvidas acerca do subtema



Fonte: Caderno de registros de A18.

Ainda em relação à atividade inicial de familiarização com o subtema, a tarefa da leitura foi fragmentada, fazendo com que todos discentes participassem. Essa organização foi conduzida por um dos alunos do grupo, promovendo, dessa forma, a figura do líder, como pode ser notado na narrativa que foi extraída do meu diário de campo:

*Hoje durante a leitura do texto que cada grupo recebeu todos queriam ler. Assim foram lendo o texto por partes [cada um lia um trecho]. A divisão foi conduzida por um aluno de cada grupo; as **lideranças afloraram naturalmente**. Também foram fazendo anotações das informações contidas e fazendo questionamentos do que ainda não estava claro, para tal utilizaram o caderno (DP, 2015) [grifo meu].*

Considero relevante o surgimento do líder, pois, no grifo anteriormente feito por mim, essa postura foi adotada sem qualquer interferência ou imposição. Esses

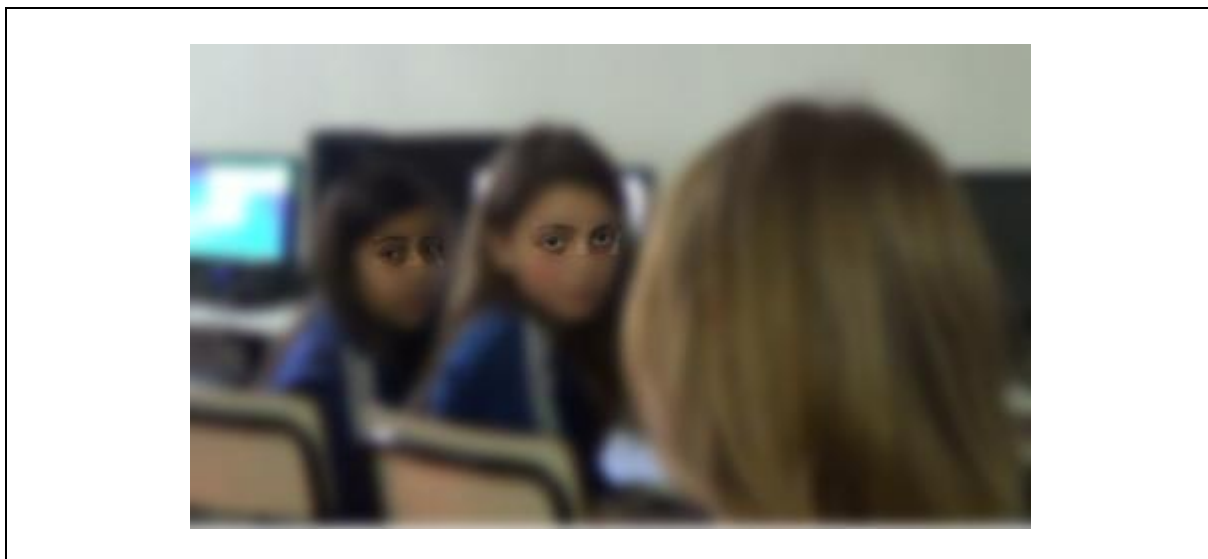
discentes tiveram papel fundamental na condução das atividades durante os encontros, nos quais mediaram as discussões e qualificaram a construção de conhecimento (FERRUZZI, 2011). Advertiram e estimularam os integrantes do grupo a interagirem com as temáticas, qualificando os trabalhos. Algumas expressões ilustram isso, como aponto a seguir: “*Agora vocês vão fazer este cálculo para ver se confere* [pedindo para o grupo cooperar e se certificar da resolução correta do cálculo de 840g de massa do cérebro dividido por 5, utilizado na definição de 60% de gordura na massa cerebral]” (A18); “*você lê essa parte* [mostrando ao colega um trecho da síntese dos resultados]” (A16); “*capricha na letra* [durante a organização do cartaz para socialização]” (A14). Diante das sugestões dos líderes nas falas apresentadas, é possível perceber a preocupação em realizar um bom trabalho, com resultados concisos e corretos, com a participação de todos os integrantes do grupo nas atividades e com uma apresentação notável, o que, para os alunos, são cuidados necessários na espera de elogios pelo empenho nas atividades realizadas.

A postura de buscar informações a partir das curiosidades do grupo também se concretiza no segundo encontro, quando, no laboratório de informática, trabalhando em dois alunos por computador, fiz o seguinte registro no meu diário de campo:

*Hoje, durante a pesquisa das curiosidades levantadas no encontro anterior, o grupo do número da beleza, estava utilizando dois computadores, um por dupla. Uma aluna se vira para as outras duas colegas e a chama dizendo “olha o que nós [referindo-se ao colega que fazia dupla com ela] encontramos”? Elas prontamente se viram para a colega [aluna que chamou] e começam uma discussão. Uma delas sugere que copie isso no seu caderno. Na sequência, por mais alguns minutos trocam mais algumas ideias, olhando para o computador (DP, 2015).*

Essa interação do grupo é reforçada na Figura 14, que, analisada e interpretada, possibilita ponderar que o olhar fixo e atento da dupla revela interesse enquanto a colega relata alguns resultados da pesquisa.

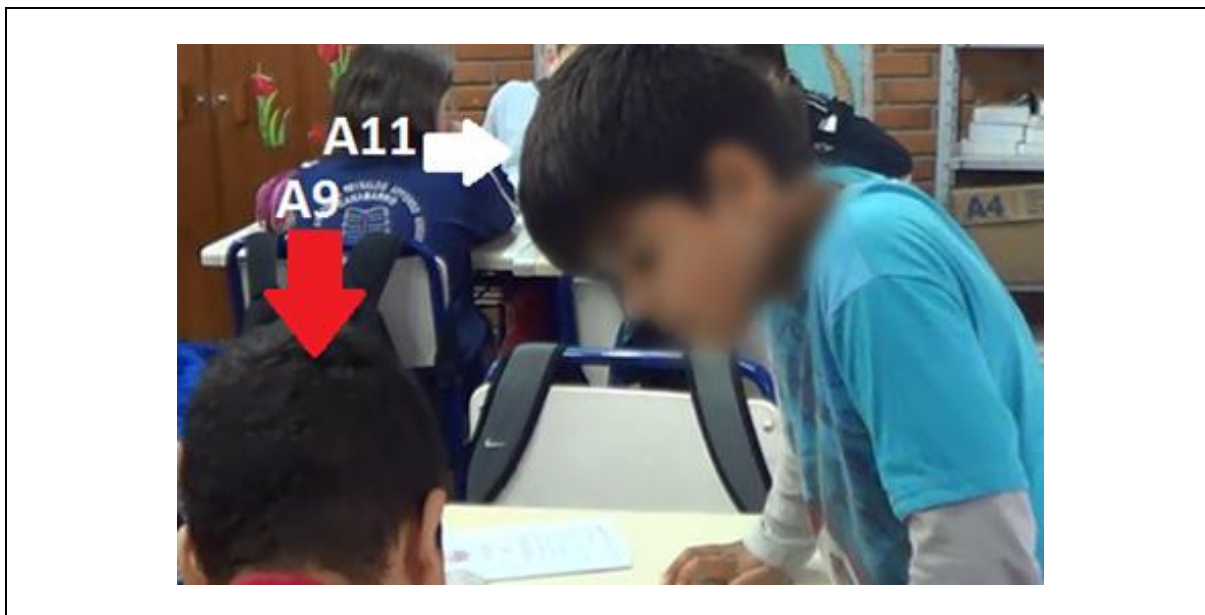
Figura 14 - Interação entre o grupo no laboratório de informática



Fonte: Da autora, 2015.

Ao revisitar os vídeos de todos os encontros, foi possível visualizar o comprometimento dos alunos em estar no seu grupo de trabalho. Na Figura 15 é possível visualizar A9, que está sentado, e A11, que está em pé ao lado do colega de grupo. Esta cena expressa mais um momento em que o trabalho de grupo foi evidenciado. No instante em que esta imagem foi capturada, A9 diz - “*me perdi agora* [não encontrando a parte do texto que estava lendo]” - e o A11 prontamente se levanta e se aproxima de A9 para sinalizar a parte do texto que o colega deveria ler. Confirma-se, então, que o trabalho de grupo “[...] possibilita a troca de ideias fazendo com que um aluno ajude o outro, permitindo a interação que facilita a aquisição do conhecimento” (HALISKI; SILVA, 2013, p. 54). Nessa ocasião, caso A9 estivesse sozinho, teria que reiniciar a leitura, necessitando de um tempo maior para a realização das atividades.

Figura 15 - Interação do grupo em sala de aula



Fonte: Da autora, 2015.

Em complemento, durante a coleta de dados para resolução dos problemas propostos, os grupos se dividiram para otimizar o trabalho. A Figura 16 mostra três alunos, que problematizaram a gordura cerebral, em pé. Eles estavam interagindo com grupos distintos, a fim de anotar as atividades físicas realizadas pelos colegas da turma.

Figura 16 - Grupo articulando a coleta de dados



Fonte: Da autora, 2015.

Outro exemplo da divisão de tarefas está no registro DP (2015): “O grupo do número da beleza se organizou em duas duplas para fazer as medidas do corpo dos colegas”. Costa (2010, p. 26) afirma que “[...] dividir as tarefas descaracteriza o

trabalho como sendo em grupo”. No entanto, acredito que durante as atividades realizadas na prática pedagógica em questão, esta forma de organização potencializou o trabalho que estava sendo desenvolvido pelo grupo, visto que os alunos estavam apenas coletando os dados. Estes, no entanto, posteriormente foram explorados e analisados para resolver o problema que o grupo se propôs a investigar.

Em contraponto ao já explicitado, A20 destacou: “[...] *mesmo com brigas e errinhos básicos nós sempre dávamos um jeito de resolver.*” E A2 “[...] [cita o nome de dois colegas] *não se entendiam, mas depois todo mundo se entendeu e deu certo.*” Este registro suscita as divergências que surgem quando se trabalha no coletivo, porém, ao final, se chega num consenso. Assim, “[...] o diálogo se torna fundamental, sendo condição necessária para que eles sejam críticos, criativos e reflexivos no decorrer dos trabalhos” (HALISKI; SILVA, 2013, p. 54). Portanto, como apontam Burak e Aragão (2012); Almeida, Silva e Vertuan (2013), as discussões são um importante momento de compartilhamento de significados.

Cabe também ressaltar que, durante o momento da socialização dos resultados, cada integrante dos grupos, de ambas as escolas, expôs algo acerca das atividades realizadas. Esse momento mostrou “[...] a importância de alguma formalização, de justificativa de procedimentos, enfim é um momento de interação entre os grupos, de trocas de ideias e de reflexões” (BURAK, 2010, p. 24). As leituras das informações postas nos cartazes foram divididas e cada integrante fez sua parte; quando um terminava de ler, outro colega complementava a ideia, mostrando, com essa atitude, que todos estavam cientes e inteirados dos resultados da modelagem do seu grupo.

Ao encerrar esta categoria, pondero que as evidências trazidas ao longo da discussão me permitem inferir que o trabalho em grupo é uma organização em sala de aula que possibilita que os discentes compartilhem ideias e cooperem na construção do conhecimento. Essa forma de conduzir as atividades também lhes proporciona desenvolver a convivência, o poder de convencimento e a arte de partilhar significados, os quais são relevantes na formação do cidadão.

### 4.1.3 Aluno pesquisador

Esta categoria foi definida a partir do objetivo específico instigar os discentes para que tenham uma postura de pesquisadores frente aos desafios que surgirem durante o desenvolvimento da prática pedagógica. Sendo assim, para verificar a relevância desse objetivo, durante a intervenção, primeiramente apresento a síntese das respostas dadas pelos alunos na questão dois do questionário de avaliação do trabalho realizado. A pergunta procurou investigar qual a percepção dos discentes frente à busca das informações necessárias para o desenvolvimento das atividades.

B9: *Eu **me senti feliz**, porque estar **pesquisando** sobre o subtema que era bicicleta e **pesquisar** coisas novas.*

B4: ***Bem**, ela me senti bem etc...*

B2: *Me senti **bem** só fiquei um pouco nervosa porque a internet não nos dava a resposta certa.*

B21: ***Muito bom**, porque **aprendi** muitas coisas sobre medidas.*

***Bem feliz** porque me interessei mais pelo assunto.*

A10: *me senti **bem** e foi muito divertido estar fazendo esse trabalho.*

A2: *eu me senti muito **feliz** tendo que **pesquisar** e buscar informações a cerca do subprojeto do meu interesse.*

A1: *Foi bem legal eu me senti feliz porque as **pesquisa** foram muito interessante.*

A5: *Eu me **senti bem pesquisando** as coisas sobre a frequência do som foi **legal**.*

A23: *Me senti bem, porque **pesquisei** coisas novas.*

Ao analisar as respostas, é possível ponderar que o verbete “pesquisar” tem destaque e, junto a ele, com mesmo significado empregado, estão os termos “pesquisei”, “pesquisar”, “pesquisa”, “pesquisando”, o que é um dos indícios de que essa postura investigativa foi potencializada. Ainda em relevância, as palavras “feliz” e “senti”, que não traduzem muita coisa se vistas isoladamente, na visão holística traduzem sentimento, satisfação de estar na posição de investigador. Para Burak e Aragão (2012), ela é desenvolvida durante a etapa da pesquisa exploratória, que consiste em conhecer profundamente com todas as particularidades o tema abordado.

Outro grupo de palavras está relacionado à aprendizagem e à importância que ela tem para os alunos. Para elucidar tal relevância, destaco o sentimento expressado por A16: “[...] *senti como um aluno do 8º ano buscando e aprendendo novas coisas a cada minuto*”. Com esse depoimento, é possível perceber que o aluno se coloca em um ano escolar mais avançado ao que se encontra, conotando que a pesquisa lhe permitiu acessar conhecimentos que ele julgava ter acesso

somente em anos posteriores ao 5º ano.

Nesse viés, outra expressão intensa é a de A19 quando escreveu: *“É uma resposta engraçada. Eu me senti tão intelectual”*. Essas poucas palavras conotam o quanto pesquisar foi significativo aos alunos, uma vez que, nesse processo de conhecimento do tema de interesse, tiveram acesso a qualquer informação sem que alguém lhes dissesse que isto era para o seu nível ou não. Portanto, através da Modelagem Matemática “[...] o estudante torna-se corresponsável por sua aprendizagem” (BIEMBENGUT, 2014, p. 52), podendo explorar caminhos os quais jamais havia pensado em percorrer.

Em consonância com as ideias anteriores, Burak e Aragão (2012) sugerem que nos tempos atuais sejam utilizadas metodologias ativas<sup>11</sup>, incentivando nossos discentes a buscarem o conhecimento. Portanto, a Modelagem Matemática, ao instigar o aluno a pesquisar, cumpre seu papel, como destacado por B8: *“Me senti livre para fazer, pesquisar [...]”*.

Em continuidade, destaca-se o verbete “gostei”, que reforça que fazer pesquisa envolveu os alunos. Este verbete está relacionado diretamente com o tema de interesse dos alunos, como pode ser visto nos meus grifos nos excertos que seguem. A escolha do tema faz com que o aluno se sinta participante do processo de modelagem, como afirmam Biembengut e Hein (2014).

*Eu gostei, eu aprendi que o **tamanho do coração**, [...] gostei muito, aprendi outras coisas sobre o **coração humano** (A14).*

*Gostei de pesquisar **as coisas**, mas um pouco achei difícil (A11).*

*Me senti bem porque eu estava fazendo coisas novas e coisas que eu **gostava** (A9).*

*Eu gostei **do subtema do futebol** porque é meu esporte preferido e daí ficou mais fácil de responder as perguntas (B10).*

*Eu gostei porque eu **não sabia quantos metros tinha a quadra de vôlei, quantos jogadores etc.** (B5).*

Os temas de interesse e a vontade de saber mais informações acerca dos subtemas foi além dos muros da escola. Isso ficou claro quando, ao finalizar o segundo encontro, foi realizada, oralmente, uma breve avaliação da dinâmica do dia, e ocorreu o diálogo que segue: PP: *“ai galera descobriram muita coisa legal?”* Em coro, a turma: *“Simmm”!* A11 complementa: *“eu vou pesquisar mais em casa”*.

---

<sup>11</sup> Entendo por ativas as metodologias nas quais os alunos são protagonistas no processo de ensino e aprendizagem buscando o conhecimento (DIESEL, 2016).

Assim, mesmo já tendo tido o tempo de busca por informações no laboratório de informática, as indagações e curiosidades foram além das pensadas inicialmente. Sendo assim,

Ao utilizar a Modelagem Matemática como alternativa pedagógica, inserimos os alunos em um contexto de aprendizagem em que a discussão de situações-problema, geralmente extramatemáticas, a matematização dessas situações, a participação ativa e o uso de múltiplas representações se fazem essenciais. Mais do que utilizar os conceitos matemáticos como instrumentos para a investigação da situação, na atividade de modelagem os alunos são levados a pensar sobre os objetos matemáticos em si (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2013, p. 153).

Mais uma recorrência da postura investigativa fora da sala de aula foi expressa por A16 quando questionado como conseguira realizar cálculos com números decimais, sem utilizar a calculadora. Ele prontamente respondeu: “*minha irmã me ensinou*”. Desse modo, “[...] é dada ao aluno a oportunidade de estudar situações-problema por meio de pesquisa, desenvolvendo seu interesse e aguçando seu senso crítico” (BIEMBENGUT; HEIN, 2014, p. 18).

Em adição, Demo (2011, p. 9) afirma que “a pesquisa inclui sempre a percepção emancipatória do sujeito que busca fazer e fazer-se oportunidade, à medida que começa a se reconstituir pelo questionamento sistemático da realidade.” Neste trecho, o autor sinaliza as características que os discentes pesquisadores terão quando introjectarem a pesquisa nas suas vivências cotidianas.

No que tange à posição do discente frente à pesquisa em sala de aula, Demo (2011, p. 21) infere que se deve “[...] retirar o pedestal do professor, para apresentar-se como orientador do trabalho conjunto, coletivo e individual de todos”. Perspectiva esta que vai ao encontro da posição do professor durante a utilização da Modelagem Matemática, na qual assume o papel de mediador de sugestões.

Ainda em semelhança, “[...] o trabalho de equipe, além de ressaltar o repto da competência formal, coloca a necessidade de exercitar a cidadania coletiva e organizada, à medida que se torna crucial argumentar na direção dos consensos possíveis” (DEMO, 2011, p. 23). O trabalho em grupo também foi um facilitador no levantamento de dados e na discussão das informações pesquisadas durante os encontros.

Uma ferramenta muito utilizada na busca de informações e conhecimento



acerca dos subtemas foi o computador e o celular com acesso a *internet*, como pode ser visto na Figura 17. Estes recursos foram produtivos e possibilitaram a agilidade no processo de pesquisa. Segundo Borba, Silva e Gadanidis (2014 p. 133), a “[...] sala de aula resiste, mas a *internet* já faz parte dos coletivos que geram conhecimento, estando a sala de aula conectada ou não”.

Figura 17 - Alunos utilizando o computador para a pesquisa

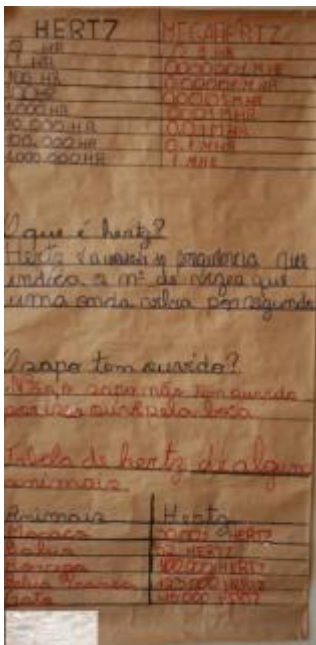


Fonte: Da Autora, 2015.

O grupo que mais fez uso do computador para realizar seu trabalho foi o que modelou a frequência do som. No Quadro 12, é possível visualizar a organização das informações obtidas, pelo grupo. Pode-se também observar que este realizou somente um levantamento de informações. Este estudo emergiu da dúvida inicial, se o morcego e o cachorro ouvem na mesma frequência. Nos cadernos de registro e durante os encontros, é possível perceber que diversas informações foram encontradas acerca da frequência sonora.

Como professora de Física, os dados me remeteram aos conhecimentos iniciais, como unidade de medida de frequência [hertz] e qualidades do som [timbre], discutidos quando é abordado o conteúdo de ondas sonoras.

Quadro 12 - Cartaz de apresentação do subtema - Frequência do som



HERTZ	MEGAHERTZ
0 HR	0 MHR
1 HR	0,000001 MHR
100 HR	0,00001 MHR
1000 HR	0,0001 MHR
1.000 HR	0,001 MHR
10.000 HR	0,01 MHR
100.000 HR	0,1MHR
1.000.000 HR	1 MHR

O que é hertz?

Hertz é a unidade de frequência que indica o nº de vezes que uma onda vibra por segundo.

O sapo tem ouvidos?

Não, o sapo não tem ouvidos, por isso ouve pela boca.

Tabela de hertz de alguns animais

ANIMAIS	HERTZ
MACACO	30.000 HERTZ
BALEIA	52 HERTZ
MORCEGO	100.000 HERTZ
BALEIA BRANCA	123.000 HERTZ
GATO	45.000 HERTZ

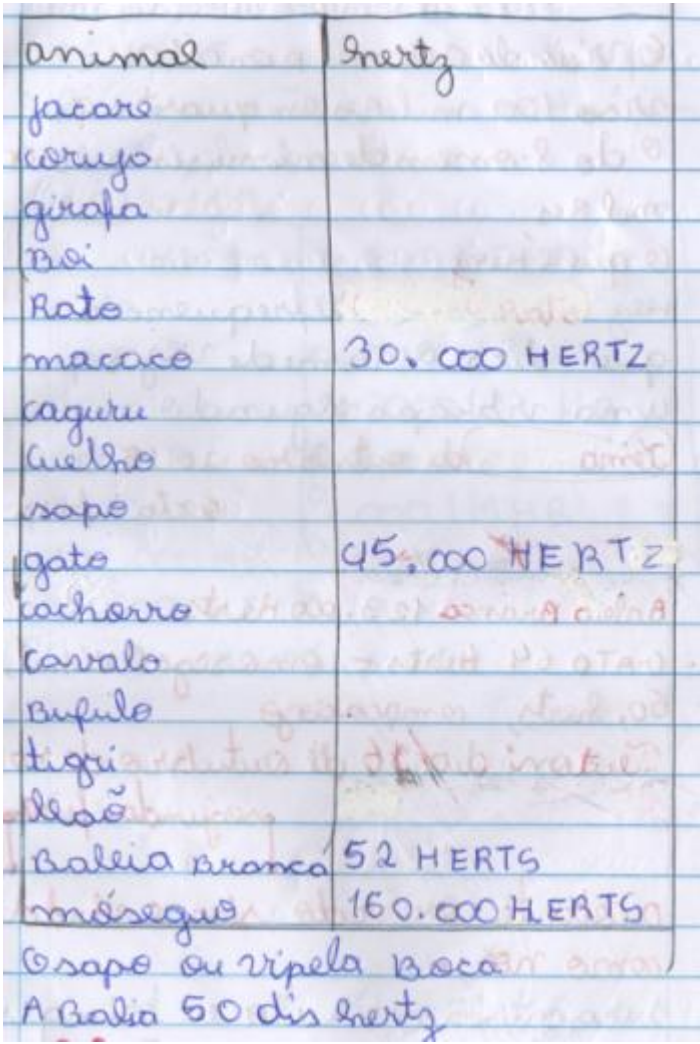
Fonte: Alunos, 2015.

Logo ao iniciar a apresentação, o aluno A1 apontou para o quadro inicial e disse: “Aí nós procuramos os hertz e nos interessamos em saber quanto hertz precisávamos para ter um mega-hertz, aí fomos indo [apontou o início da tabela e foi descendo gradativamente com a mão] precisamos de 1000000 de hertz para ter um mega-hertz”. Essa informação, mesmo sendo considerada, no diálogo, uma curiosidade do grupo, é uma transformação abordada na Física quando se inicia a discussão de ondas sonoras. Provavelmente, foi mais uma informação encontrada na *internet*. Saliento que ela foi usada pelo grupo em quase todos os encontros, enquanto se inteiravam do assunto.

No final do cartaz, também estão expressas as frequências ouvidas por alguns animais. Quanto a esta temática, não há evidências que me permitem inferir o motivo por uns animais terem sido escolhidos, em detrimento de outros, haja vista que, na Figura 18, há uma lista de vários animais, provavelmente escolhidos

aleatoriamente. Estes animais têm frequências audíveis diferentes, no entanto, nem todas foram encontradas pelo grupo; só as registradas no cartaz foram localizadas. Este grupo desenvolveu em profundidade a etapa da pesquisa exploratória, o que lhes permitiu adquirir um vasto conhecimento sobre o tema escolhido.

Figura 18 - Lista de animais para definição da frequência audível de cada um



animal	hertz
jacaré	
coruja	
girafa	
leão	
Rato	
macaco	30.000 HERTZ
aguti	
velho	
sapo	
gato	45.000 HERTZ
coelho	
cavalo	
Búfalo	
tigui	
leão	
Baleia branca	52 HERTS
morse	160.000 HERTS
Osapo ou ripela boca	
A Baleia	50 dis hertz

Fonte: Caderno de registros A1, 2015.

Para encerrar esta categoria, retomo ao objetivo que a inspirou, ou seja, instigar os discentes para que tenham uma postura de pesquisadores frente aos desafios que surgirem durante o desenvolvimento da prática pedagógica. Essa atitude aflorou diversas vezes no grupo de trabalho, quando os alunos se questionavam acerca de algum dado que ainda não haviam encontrado, nas indagações que emergiram durante o trabalho, bem como no uso da *internet*, para obtenção das respostas.

Ainda pondero que o espírito investigativo realmente se tornou presente durante a prática de modelagem quando os discentes pesquisaram sobre seus questionamentos em casa, podendo este ser um sinal de que estavam tão imersos nas atividades que, mesmo nos momentos fora da sala de aula, ainda pensavam no que estava acontecendo na escola. E esta postura não se aplica somente ao uso da *internet*, como também na busca por informações com os membros da família que já tinham conhecimentos matemáticos para resolução de problemas.

#### 4.2 Questões para pensar

Estas questões emergiram inicialmente de uma frustração minha como pesquisadora e apaixonada pela Modelagem Matemática. Eu estava tão imbuída e entusiasmada pela metodologia que utilizei durante a prática pedagógica, que tinha plena certeza de que tudo aconteceria exatamente da maneira como planejava. Estava segura que seria um trabalho diferenciado e que todos os discentes sentiriam o mesmo apreço que estava sentindo.

Como afirma Bassanezi (2006, p. 17), “a Modelagem Matemática, e seus vários aspectos, é um processo que alia teoria e prática, motiva seu usuário na procura do entendimento da realidade que o cerca e na busca de meios para agir sobre ela e transformá-la”. Biembengut e Hein (2014, p. 28) acrescentam que “Trata-se, é claro, de uma forma extremamente prazerosa e que confere significativo conhecimento seja na forma de conceito matemático, seja sobre o tema que se estuda.” Nesta passagem, os autores enfatizam que a metodologia utilizada nesta prática pedagógica é prazerosa, não deixando dúvidas ao leitor de que é uma excelente alternativa para tornar o ensino e a aprendizagem da Matemática interessantes.

No entanto, logo no primeiro encontro, já percebi que o desafio seria maior e que nem tudo que eu sonhara fazer, seria possível, visto que aos alunos faltavam algumas vivências. Como todos os relatos de atividades que havia lido sobre o uso da modelagem tinham sido exitosas, eu me perguntei diversas vezes: “por que não estou conseguindo?”, “onde estou errando?”, “o que deveria ser diferente?”.

Diante dessas indagações, refleti sobre os primeiros contatos que tive com as turmas, quando observei as aulas das professoras titulares. Assim, as frustrações foram se tornando condições e percebi que as vivências das diferentes turmas no seu dia a dia escolar poderiam ser importantes momentos de preparação para utilizar a Modelagem Matemática como metodologia de ensino e de aprendizagem.

A primeira limitação percebida, já no primeiro encontro, foi a falta de disponibilidade dos alunos da escola B para realizar trabalho em grupo. A formação das equipes por subtema de interesse até se efetivou, mas, assim que sentaram juntos para iniciar as discussões acerca do trabalho, os problemas iniciaram. Foram episódios fortes nos quais tive que intervir, não mais como mediadora, como proposto em atividades de modelagem, mas como alguém que buscava o mínimo respeito entre os discentes.

Nesse sentido, me indaguei se um trabalho tendo como metodologia a Modelagem Matemática seria possível com todas as turmas. O que seria necessário para efetivar essa forma de trabalho em grupo? Revisitei, então, os primeiros contatos que tive com as turmas e notei que a turma A realizava atividades em grupo, enquanto a turma B sempre esteve sentada de maneira individual, um atrás do outro. Seria essa uma vivência necessária para realização das atividades de modelagem? Como afirmam Klüber e Burak (s.d, p. 1-2), seria a “socialização favorecida pelo trabalho em grupo – compreendida como o processo de interação entre os alunos, o professor e a sociedade como um todo”?

Outra proposta realizada sem sucesso foi a ida ao laboratório de informática. Neste espaço, os alunos da escola B utilizaram o acesso a *internet* para procurar jogos e jogar, algo que também estavam habituados a fazer. Mesmo com minha intervenção e o combinado de jogar ao final das pesquisas, não obtive êxito. Já nas observações da escola A, os alunos relatavam à professora titular que haviam pesquisado, em casa, informações acerca do conteúdo que estavam abordando nas aulas naquele período. Frente aos fatos, esta pode ser mais uma evidência de que as vivências de cada turma podem influenciar no desenvolvimento de práticas de Modelagem Matemática.

Também como um ponto que poderia ser revisto nesta prática pedagógica, foi

a escolha do tema na escola B, que pode ter sido precoce. A liberdade de determinar uma temática a ser abordada nas aulas de matemática pode ter sido vista pelos alunos como uma oportunidade de ter um tempo maior de lazer na escola, pois, durante a minha permanência com a turma, os alunos me perguntavam: quando vamos brincar? Vamos para o pátio hoje?

Neste momento me ponho no centro da discussão: será que consegui incentivar e cativar os discentes para uma escolha consciente? Se tivesse tido mais tempo com os alunos, o tema seria outro? Será que o questionário para buscar um tema em comum foi bem formulado, e a conversa após a obtenção das respostas foi profícua? Essas questões me fazem refletir que talvez também não tenha aguçado todos os meus sentidos para perceber alguns sinais que tenham sido dados pelos alunos no momento da escolha do tema.

Hoje, analisando os fatos, percebo que o pouco contato que tive com as turmas pode ter sido um fator que dificultou a utilização da metodologia. Esses fatos, que no primeiro momento me frustraram, poderiam ter sido diferentes se talvez tivesse planejado a utilização da modelagem, na perspectiva dos momentos propostos por Almeida, Silva e Vertuan (2013) ou dos três casos, sinalizada por Barbosa (2001). Nessas duas perspectivas de trabalhar a Modelagem Matemática, os alunos são apresentados de forma gradativa à metodologia, podendo assim adquirir, aos poucos, as vivências necessárias.

Sendo assim, pondero que, apesar de minha intenção não ter sido comparar as turmas, este olhar possibilitou perceber que a Modelagem Matemática nos instiga a ver questões muito além dos processos de ensino e de aprendizagem. Também é necessário pensar que algumas vivências são necessárias para o uso desta metodologia, tais como atitudes de cooperação, espírito de pesquisa e um professor mediador.

## 5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

É chegado o momento de tecer um olhar global acerca da pesquisa realizada, que me forneceu alguns resultados já esperados, mediante os referenciais lidos, e outros que jamais havia pensado que iriam emergir, o que me deixa muito satisfeita, pois fazer pesquisa é deixar se surpreender. Sendo assim, neste capítulo retomo os objetivos específicos propostos para o desenvolvimento da prática pedagógica, explorada à luz da Modelagem Matemática.

A fim de responder a questão de pesquisa que guiou meus passos como professora pesquisadora, afirmo que as implicações de uma prática pedagógica à luz da Modelagem Matemática são o despertar do aluno para pesquisa, o trabalho cooperativo na discussão e construção do conhecimento, o contato com novos conteúdos matemáticos e a ressignificação dos já abordados em níveis de ensino anteriores, e, por fim, a necessidade de algumas vivências anteriores à utilização desta metodologia na perspectiva abordada nesta prática.

Quanto aos objetivos específicos, retomo-os e destaco algumas evidências que demonstram que eles foram contemplados.

O primeiro objetivo que propus foi averiguar o tema de interesse dos discentes em duas turmas de 5º ano dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental, de duas escolas do Vale do Taquari. Este foi contemplado com a utilização de duas estratégias diferentes. A primeira tentativa realizada foi a observação dos alunos de ambas as turmas, nas quais a prática foi desenvolvida. Essa interação não possibilitou o diagnóstico do tema de interesse de nenhum dos grupos envolvidos,

no entanto teve sua importância para criação de um vínculo entre discentes, docentes titulares das turmas e professora pesquisadora. Ainda foi produtiva durante a análise dos resultados de pesquisa, quando busquei entender as vivências necessárias dos alunos com os quais desenvolvi uma prática pedagógica acerca da Modelagem Matemática.

Já a segunda estratégia utilizada foi um questionário que indagou os discentes sobre seus interesses dentro e fora da escola. Este, então, possibilitou visualizar que a turma A se interessava pelo tema corpo humano e a turma B pelo tema brincar. Diante dessas temáticas extremamente amplas, interagi novamente com os grupos e seis subtemas foram escolhidos, o que possibilitou a formação dos grupos de trabalho. Esta escolha do tema, por parte dos alunos, na escola A, deixou-os motivados para trabalhar. Distintamente, no caso dos alunos da escola B, estes ficaram esperançosos de que as aulas de Matemática se resumiriam a brincadeiras.

Outro objetivo alcançado foi o de instigar os discentes para que tivessem uma postura de pesquisadores frente aos desafios que surgiriam durante o desenvolvimento da prática pedagógica. Esta atitude foi percebida e aflorou em diversos momentos da intervenção, possibilitando que os alunos ampliassem seus conhecimentos a respeito das temáticas escolhidas nos grupos. E, quando uma indagação era solucionada ou resolvida, novas questões emergiam e outros caminhos podiam ser trilhados. Para viabilizar e tornar o momento da pesquisa ainda mais significativo, o uso da *internet* foi importante. Talvez, sem este recurso, alguns grupos não tivessem alçado voos tão audaciosos e o trabalho tivesse sido mais restrito.

Ressalto ainda, que, durante a intervenção, os alunos assumiram a postura de questionadores e curiosos, dois requisitos importantes para discentes que se envolvem em pesquisa. Querer saber, buscar entender o que duas temáticas tão distintas do que era de praxe explorado nas aulas de matemática, possibilitou ampliar seus olhares e também levar essa vivência de modelagem para além dos muros da escola. Nesse sentido, a pesquisa foi para casa e os resultados foram compartilhados com todos os colegas.



Também busquei estimular o trabalho em grupo a fim de viabilizar a troca de experiência para qualificar e aprofundar as discussões acerca da temática escolhida. Este objetivo, apesar de muitos esforços, foi atingido em parte, haja vista que em uma das turmas o trabalho foi remodelado e as vivências anteriores dos discentes pouco favoreceram a cooperação. No entanto, nos momentos em que a cooperação foi percebida, possibilitou discussões e interações profundas, nas quais os alunos se afrontaram e colocaram convicções em prova. Frente a esta forma de trabalho, mesmo sem nenhuma intervenção da professora pesquisadora, manifestou-se naturalmente um líder em cada grupo, postura que qualificou ainda mais as atividades desenvolvidas.

Por fim, objetivou-se identificar e explorar os conteúdos matemáticos emergentes durante as atividades de Modelagem Matemática a partir do tema de interesse das duas turmas de 5º ano do Ensino Fundamental. Este tópico foi alcançado completamente, pois ocorreu a emergência de conteúdos que foram além do nível de ensino no qual a prática pedagógica foi realizada. Dentre os conteúdos explorados, alguns não estão previstos para os Anos Iniciais. Diante desse fato, é possível ponderar que a modelagem assumiu seu papel como metodologia de ensino e de aprendizagem da Matemática. Especificamente, foram explorados os conteúdos de: porcentagem, transformação de unidades de medidas, números decimais, tratamento de dados, perímetro e área.

A mobilização de conhecimentos matemáticos desconhecidos antes do trabalho de modelagem e a interação dos alunos nos grupos permitiu a exploração e posterior socialização dos cálculos realizados, fazendo com que os conhecimentos fossem compartilhados e toda a turma tivesse acesso aos conteúdos emergentes. Destaco, também, que os objetivos específicos propostos anteriormente à pesquisa se entrecruzaram e se entrelaçaram diversas vezes, pois a emergência de novos conteúdos matemáticos não é possível sem a pesquisa. O trabalho em grupo, por sua vez, qualificou as discussões e resoluções, fazendo com que os discentes pusessem à prova suas convicções. Esta forma de trabalho possibilitou que os alunos percebessem que a matemática vai além de cálculos e que está presente, muitas vezes, em situações que nem imaginaram.

Nesse viés, como professora pesquisadora e conhecedora da metodologia na

prática em uma única experiência de estágio, a utilização da Modelagem Matemática possibilitou a emergência, nesta intervenção, de uma implicação com a qual não contava, mas que me fez perceber quão ampla é a metodologia. Seu emprego faz com que tenhamos um diagnóstico diferenciado da turma ou turmas com as quais trabalhamos matemática, à luz da modelagem.

Sendo assim, as implicações da prática desenvolvida para realização são as já esperadas, descritas nos referencias estudados, como o trabalho em grupo com o desenvolvimento da cooperação, a pesquisa com a finalidade de buscar informações e aprofundar os conhecimentos acerca da temática, a matemática que aflora de forma natural. Mas, por fim, a implicação que modificou minhas convicções e percepções sobre a modelagem são as vivências que os discentes necessitam ter para o desenvolvimento de atividades de modelagem, na perspectiva de Burak e Aragão (2012), que nortearam meu planejamento da intervenção pedagógica. Foi possível perceber que o trabalho realizado anteriormente à minha inferência fez com que os alunos tivessem posturas diferenciadas na realização da proposta à luz da Modelagem Matemática.

Esta última inquietação me traz novas ideias de pesquisa e me encoraja a trilhar novos caminhos na utilização da Modelagem Matemática nas minhas práticas de docência no dia a dia. E, quem sabe, o que fez mudar meu olhar nas práticas alicerçadas na modelagem possa ser a inquietação necessária para a continuidade do meu aperfeiçoamento profissional na busca do título de doutora.

Ao finalizar minhas reflexões acerca do trabalho desenvolvido, pondero que o mestrado proporcionou vivências que aperfeiçoaram o meu fazer pedagógico, não só no ensino da Matemática, mas também na Química e Física, haja vista que o curso se preocupa com as três áreas. Hoje afirmo que o pensar e o repensar pedagógico está presente na minha prática diária e o olhar de professora pesquisadora se tornou um hábito. Tenho também mais subsídios para instigar meus alunos a se tornarem pesquisadores e construtores do próprio conhecimento, indiferente da metodologia de ensino e aprendizagem que utilizo.

## REFERÊNCIAS

ALMEIDA, Lourdes Maria Werle de; DIAS, Michele Regiane. Um estudo sobre o uso da Modelagem Matemática como estratégia de ensino e aprendizagem. **Bolema: Boletim de Educação Matemática**, Rio Claro, n. 22, p. 19-35, 2004.

ALMEIDA, Lourdes W.; SILVA, Karina P.; VENTUAN, Rodolfo E. **Modelagem Matemática na educação básica**. 1. ed. São Paulo: Contexto, 2013.

AMARO Ana; PÓVOA, Andreia; MACEDO, Lúcia. **A arte de fazer questionários**. Mestrado (Química para o Ensino) - Faculdade de Ciências da Universidade do Porto. 2005. Disponível em:  
<[http://www.unisc.br/portal/upload/com\\_arquivo/a\\_arte\\_de\\_fazer\\_questionario.pdf](http://www.unisc.br/portal/upload/com_arquivo/a_arte_de_fazer_questionario.pdf)>. Acesso em: 10 ago. 2015.

AMORA, Antônio Soares. **Minidicionário Soares Amora da língua portuguesa**. 19. ed. São Paulo: Saraiva, 2009.

ARAÚJO, Jussara de Loiola; FREITAS, Wanderley Sebastião de; SILVA, Alessandra Cristina da. Construção crítica de modelos matemáticos: uma experiência da divisão de recursos financeiros. In: ALMEIDA, Lourdes Maria Werle de; ARAÚJO, Jussara de Loiola; BISOGNIN, Eleni (Coord.). **Práticas de modelagem matemática: relatos de experiências e propostas pedagógicas**. Londrina: Eduel, 2011.

BARBOSA, J. C. A prática dos alunos no ambiente de Modelagem Matemática: o esboço de um *framework*. In: BARBOSA, Jonei Cerqueira; CALDEIRA, Ademir Donizeti (Orgs.). **Modelagem matemática na educação matemática brasileira: pesquisas e práticas educacionais**. Recife: SBEM, 2007.

\_\_\_\_\_. Modelagem Matemática: O que é? Por que? Como? **Veritati**, Salvador, n. 4, p. 73-80, 2004.

\_\_\_\_\_. Modelagem na Educação Matemática: contribuições para o debate teórico. In: REUNIÃO ANUAL DA ANPED, 24., 2001, Caxambu. **Anais...** Rio Janeiro: ANPED, 2001. Disponível em:  
<[http://www.ufrgs.br/espmat/disciplinas/funcoes\\_modelagem/modulo\\_I/modelagem\\_](http://www.ufrgs.br/espmat/disciplinas/funcoes_modelagem/modulo_I/modelagem_)

barbosa.pdf>. Acesso em: 27 jun. 2015.

BARDIN, Laurence. **Análise de conteúdo**. São Paulo: Edições 70, 2011.

BASSANEZI, Rodney C. **Ensino-aprendizagem com modelagem matemática**. 3. ed. São Paulo: Contexto, 2006.

BIEMBENGUT, Maria S. **Modelagem matemática no ensino fundamental**. Blumenau: Edifurd, 2014.

BIEMBENGUT, Maria S.; HEIN, Nelson. **Modelagem matemática no ensino**. 5. ed. São Paulo: Contexto, 2014.

BORBA, Marcelo de C.; SILVA, Ricardo Scucuglia Rodrigues da; GADANIDIS, George. **Fases das tecnologias digitais em Educação Matemática – Sala de aula e internet em movimento**. 1. ed. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2014.

BOSSLE, Rafael Z. **Modelagem Matemática no projeto de um ginásio escolar**. 2012. 120 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Matemática) - Universidade Federal do Rio Grande Do Sul, Porto Alegre, 2012.

BRASIL. **Observatório da educação**. 2014. Disponível em: <<http://www.capes.gov.br/educacao-basica/observatorio-da-educacao>>. Acesso em: 21 ago. 2015.

BRASIL. **Parâmetros curriculares nacionais: matemática** / Secretaria de Educação Fundamental. Brasília: MEC/SEF, 1997.

BRITES, Elisa M. A. **Modelagem Matemática gráfica: Instigando o senso criativo dos estudantes do Ensino Fundamental**. 2012. 154 f. Dissertação (Mestrado Acadêmico em Educação em Ciências e Matemática) - Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande Do Sul, Porto Alegre, 2012.

BURAK, Dionísio; ARAGÃO, Rosália M. R. **A modelagem matemática e relações com a aprendizagem significativa**. 1. ed. Curitiba: Editora CRV, 2012.

BURAK, Dionísio. Uma perspectiva da Modelagem Matemática para o ensino e a aprendizagem da Matemática. In: BRANDT, Celia Finck; BURAK, Dionísio e KIÜBER, Tiago Emanuel (Orgs.). **Modelagem Matemática: perspectivas, experiências, reflexões e teorização**. 2. ed. rev. ampl. Ponta Grossa: UEPG, 2016.

\_\_\_\_\_. Modelagem Matemática sob um olhar de Educação Matemática e suas implicações para a construção do conhecimento matemático em sala de aula. **Revista de Modelagem na Educação Matemática**, [S.l.], v. 1, n. 1, p. 10-27, 2010.

\_\_\_\_\_. **Modelagem Matemática: ações e interações no processo de ensino-aprendizagem**. Campinas. Tese (Doutorado em Educação) - Programa de Pós-Graduação em Educação. Universidade Estadual de Campinas, Campinas, SP, 1992.

BUTCKE, Daiane A. P.; TORTOLA, Emerson. Por que a maioria das embalagens tem formato de paralelepípedo? Uma investigação por meio da Modelagem Matemática nos Anos Iniciais. In: 9ª Conferência Nacional sobre Modelagem na Educação Matemática, 2015, São Carlos, SP. **Anais...** São Carlos: UFScar, 2015, p. 1-14. CD-ROM.

COSTA, Natalia De Oliveira. **Trabalho em grupo:** concepções de um professor de biologia e alunos do ensino médio de uma escola pública de São Paulo. 2010. 68 f. Monografia (Centro de Ciências Biológicas e da Saúde) - Universidade Presbiteriana Mackenzie, São Paulo, 2010.

DEMO, Pedro. **Educar pela pesquisa.** 9. ed. Campinas: Autores Associados, 2011.

DIESEL, Aline. **Estratégias de compreensão leitora:** uma proposta de atividades desenvolvidas sob a perspectiva das metodologias ativas de ensino. 2016. Dissertação (Mestrado) – Curso de Ensino, Centro Universitário UNIVATES, 2016. Disponível em: <<http://hdl.handle.net/10737/1198>>. Acesso em: 27 mar. 2017.

FERRER, Joseane Vieira. **O número de ouro na arte, arquitetura e natureza:** beleza e harmonia. [s.d.]. Disponível em: <[http://www.ufrgs.br/espmat/disciplinas/midias\\_digitaes\\_II/modulo\\_IV/numero\\_de\\_ouro.pdf](http://www.ufrgs.br/espmat/disciplinas/midias_digitaes_II/modulo_IV/numero_de_ouro.pdf)>. Acesso em: 10 out. 2015.

FERRUZZI, E. C. **Interações discursivas e aprendizagem em modelagem matemática.** 2011. 228 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Centro de Ciências Exatas, Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2011.

FIORENTINI, Dario; LORENZATO, Sergio. **Investigação em educação matemática:** percursos teóricos e metodológicos. 2. ed. rev. São Paulo: Autores Associados, 2007.

GATTI, Bernardete; ANDRÉ, Marli. A relevância dos métodos de pesquisa qualitativa em Educação no Brasil. In: WELLER, Wivian; PFAFF, Nicolle (Orgs.). **Metodologia da pesquisa qualitativa em educação:** teoria e prática. Petrópolis: Vozes, 2010.

GEROLÔMO, Ângela M. L.; MILANI, Cíntia da S.; ALMEIDA, Lourdes M. W de. Índícios de aprendizagem significativa em atividade de Modelagem Matemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental. In: 9ª Conferência Nacional sobre Modelagem na Educação Matemática, 2015, São Carlos, SP. **Anais...** São Carlos: UFScar, 2015, p. 1-15. CD-ROM.

GIBBS, Graham; COSTA, Roberto Cataldo. **Análise de dados qualitativos.** Porto Alegre: Artmed, 2009.

GIL, Antonio Carlos. **Métodos e técnicas de pesquisa social.** 6. ed. São Paulo: Atlas, 2012.

\_\_\_\_\_. **Estudo de caso:** fundamentação científica, subsídios para coleta e análise de dados, como redigir o relatório. São Paulo: Atlas, 2009.

HALISKI, Antonio Marcos; SILVA, Sani de Carvalho Rutz da. Utilização da modelagem para explorar conceitos matemáticos por meio de construção de maquete. **Revista Eletrônica FAFIT/FACIC**, Itararé, v. 04, n. 01, p. 43-56, jan./jun. 2013.

KAVIATKOVSKI, Marinês A. de C. **A modelagem matemática como metodologia de ensino e aprendizagem nos anos iniciais do ensino fundamental**. 2012. 136 f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade Estadual de Ponta Grossa. Ponta Grossa, 2012. Disponível em: <[http://www.bicentede.uepg.br/tde\\_busca/arquivo.php?codArquivo=796](http://www.bicentede.uepg.br/tde_busca/arquivo.php?codArquivo=796)>. Acesso em: 16 mar. 2015.

KAWAKAMI, Takashi. **Combining models related to data distribution through conjecturing and validation**: paper helicopter experimentation with year 5 students. In: The International Community of Teachers of Mathematical Modelling and Applications (ICTMA – 17). Nottingham, 2015.

KLÜBER, Tiago Emanuel; BURAK, Dionísio. **Modelagem Matemática**: pontos que justificam a sua utilização no ensino. [s.d.]. Disponível em <[http://webcache.googleusercontent.com/search?q=cache:ITDHqG4z0OgJ:files.professoragabrielegranada.webnode.com/200000031-14d4d15cf0/MM\\_utilizacao\\_no\\_ensino\\_kluber\\_burak.pdf+&cd=1&hl=pt-BR&ct=clnk&gl=br](http://webcache.googleusercontent.com/search?q=cache:ITDHqG4z0OgJ:files.professoragabrielegranada.webnode.com/200000031-14d4d15cf0/MM_utilizacao_no_ensino_kluber_burak.pdf+&cd=1&hl=pt-BR&ct=clnk&gl=br)>. Acesso em: 25 fev. 2017.

LIMA JUNIOR, Paulo et al. **O laboratório de mecânica**. Porto Alegre: IF-UFRGS, 2012.

MORAES, Roque; GALIAZZI, Maria do Carmo. **Análise textual discursiva**. 2. ed. Ijuí: Unijuí, 2013.

OLIVEIRA, Aldeni Melo de; STROHSCHOEN, Andreia Aparecida Guimarães. **Diário de bordo**: uma ferramenta para o registro da alfabetização científica. Produto educacional, PPGECE, 2015. Disponível em: <[https://www.univates.br/ppgece/media/pdf/2015/aldeni\\_melo\\_de\\_oliveira.pdf](https://www.univates.br/ppgece/media/pdf/2015/aldeni_melo_de_oliveira.pdf)>. Acesso em: 15 out. 2016.

PONTE, João Pedro da. Estudos de caso em educação matemática. **Bolema**, [S.l.], v. 25, p. 105-132, 2006.

POZO, Juan I. A sociedade da aprendizagem e o desafio de converter informação em conhecimento. **Projeto pedagógico**. Diretor UDEMO, [S.l.], 2007. Disponível em: <<http://www.udemo.org.br/A%20sociedade.pdf>>. Acesso em: 21 ago. 2015.

QUEVEDO, Gabriel Almeida; BASSO, Marcus Vinícius de Azevedo. Perímetro: compreendendo conceito e didática. In: II CNEM e IX EREM, 2011, Ijuí, RS. **Anais...** Ijuí: Unijuí, p. 1 – 11, 2011.

RAUSCH, Rita Buzzi. Professor-pesquisador: concepções e práticas de mestres que atuam na educação básica. **Rev. Diálogo Educ.**, [S.l.], v. 12, n. 37, p. 701-717, set./dez. Curitiba, 2012.

SILVA, Vantielen da S.; KLÜBER, Tiago E. Modelagem Matemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental: uma investigação imperativa. **Revista Eletrônica de Educação**, [S.l.], v. 6, n. 2, nov. 2012. Disponível em:

<[http://www.educadores.diaadia.pr.gov.br/arquivos/File/fevereiro2013/matematica\\_artigos/artigo\\_modelagem\\_anos\\_iniciais.pdf](http://www.educadores.diaadia.pr.gov.br/arquivos/File/fevereiro2013/matematica_artigos/artigo_modelagem_anos_iniciais.pdf)>. Acesso em: 01 ago. 2015.

SOUZA, Janaina C. de. **Cultura amazônica e Educação Matemática na formação de professores dos Anos Iniciais**: caminhos oferecidos pelo curso pedagogia das águas. 2012. 85 f. Mestrado (Educação em Ciências e Matemáticas) - Universidade Federal do Pará, Belém, 2012.

TORTOLA, Emerson. **Os usos da linguagem em atividades de Modelagem Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental**. 2012. 168 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2012. Disponível em:

<[file:///C:/Users/Elise%20Dente/Downloads/Tortola\\_Emerson\\_Me\\_2012.pdf](file:///C:/Users/Elise%20Dente/Downloads/Tortola_Emerson_Me_2012.pdf)>. Acesso em: 01 mai. 2015.

TORTOLA, Emerson; ALMEIDA, Lourdes Maria Werle de. Reflexões a respeito do uso da modelagem matemática em aulas nos anos iniciais do ensino fundamental. **Rev. bras. Estud. pedagog.** (online), Brasília, v. 94, n. 237, p. 619-642, maio/ago. 2013.

VARGAS, Vanessa Brandão de; FLECK, Graciela; REHFELDT, Márcia Jussara Hepp. Problematizando a representação de uma residência por meio da Modelagem Matemática no 5º ano do Ensino Fundamental In: Anais VII Encontro Paranaense de Modelagem Matemática na Educação Matemática, 2016, Londrina, PR. **Anais...** Londrina: UTFPR, 2016, p. 1-14. Disponível em:

<[https://drive.google.com/file/d/0B8BG\\_uHbVwUIUE1JZTF6YW5hekE/view](https://drive.google.com/file/d/0B8BG_uHbVwUIUE1JZTF6YW5hekE/view)>. Acesso em: 15 dez. 2016.

WIKI HOW. **Como descobrir o tamanho do seu calçado**. [s.d.]. Disponível em: <<http://pt.wikihow.com/Descobrir-o-Tamanho-do-Seu-Cal%C3%A7ado>>. Acesso em: 15 dez. 2016.

YIN, Robert K. **Estudo de caso: planejamento e métodos**. 4. ed. Porto Alegre: Bookman, 2010.

ZANELLA et al. **Additive reasoning in a modelling task**: na experience in a brazilian elementary school. In: The International Community of Teachers of Mathematical Modelling and Applications (ICTMA – 17). Nottingham, 2015.

ZIEGLER, Janaina de R. **Modelagem Matemática e o esporte**: uma proposta de ensino e aprendizagem com alunos do 6º do Ensino Fundamental de duas escolas. 2015. 132 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências Exatas) - Centro Universitário UNIVATES, Lajeado, 2015.

ZUKAUSKAS, Nara S. T. **Modelação Matemática no Ensino Fundamental**: Motivação dos estudantes em aprender geometria. 2012. 189 f. Dissertação (Mestrado Acadêmico em Educação em Ciências e Matemática) - Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande Do Sul, Porto Alegre, 2012.

## **APÊNDICES**



**APÊNDICE A – Capa do caderno de registros**

# CADERNO DE REGISTROS

Acerca das atividades de Modelagem Matemática

Nome: \_\_\_\_\_

Subtema do grupo: \_\_\_\_\_

Código do aluno: \_\_\_\_\_

Mestranda: Elise Cândida Dente

Atividades desenvolvidas em 2015

**APÊNDICE B – Termo de concordância escola A****TERMO DE CONCORDÂNCIA DA DIREÇÃO DA INSTITUIÇÃO DE ENSINO**

A senhora Diretora da Escola [REDACTED]

Eu, Elise Cândida Dente, aluna regularmente matriculada no Curso de Pós-graduação *Stricto Sensu*, Mestrado Profissional em Ensino de Ciências Exatas do Centro Universitário UNIVATES de Lajeado, RS, venho solicitar a autorização para coletar dados neste estabelecimento de ensino, para a realização de minha pesquisa de Mestrado, intitulada: "MODELAGEM MATEMÁTICA NO 5º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL" orientada pela professora Márcia Hepp Rehfeldt.

Afirmo ainda, que as coletas de dados serão realizadas por meio de observações, questionários, fotografias, entrevistas e testes aos alunos da referida turma.

Desde já, agradeço a disponibilização, visto que a pesquisa contribuirá para o desenvolvimento do ensino da Matemática.

Pelo presente termo de concordância declaro que autorizo a realização da pesquisa prevista na Escola [REDACTED]

Data 10/06/15

[REDACTED]  
\_\_\_\_\_  
Direção da Escola

Elise Cândida Dente

**Elise Cândida Dente**  
Mestranda em Ensino de Ciências Exatas – UNIVATES  
Email: elisedente@universo.univates.br – 051-98682433

**APÊNDICE C – Termo de concordância escola B****TERMO DE CONCORDÂNCIA DA DIREÇÃO DA INSTITUIÇÃO DE ENSINO**

A senhora Diretora da Escola [REDACTED]

Eu, Elise Cândida Dente, aluna regularmente matriculada no Curso de Pós-graduação *Stricto Sensu*, Mestrado Profissional em Ensino de Ciências Exatas do Centro Universitário UNIVATES de Lajeado, RS, venho solicitar a autorização para coletar dados neste estabelecimento de ensino, para a realização de minha pesquisa de Mestrado, intitulada: "MODELAGEM MATEMÁTICA NO 5º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL" orientada pela professora Márcia HeppRehfeldt.

Afirmo ainda, que as coletas de dados serão realizadas por meio de observações, questionários, fotografias, entrevistas e testes aos alunos da referida turma.

Desde já, agradeço a disponibilização, visto que a pesquisa contribuirá para o desenvolvimento do ensino da Matemática.

Pelo presente termo de concordância declaro que autorizo a realização da pesquisa prevista na Escola [REDACTED]

Data 14/08/15

## APÊNDICE D – Termo de consentimento alunos

### TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE ESCLARECIDO

Com o intuito de alcançar o objetivo proposto no projeto intitulado: “Modelagem Matemática no 5º ano do Ensino Fundamental”, venho por meio deste documento convidar-lhe a participar desta pesquisa que faz parte da dissertação de mestrado desenvolvida no programa de Pós Graduação *Stricto Sensu*, Mestrado Profissional em Ensino de Ciências Exatas, tendo como Orientadora a Professora Márcia Jussara Hepp Rehfeldt.

Deste modo, no caso de concordância em participar desta pesquisa ou deixar participar (alunos menores), ficará ciente de que a partir da presente data:

- os direitos da entrevista gravada ou respondidas (questionários) realizada pela pesquisadora, será utilizada integral ou parcialmente, sem restrições;
- Estará assegurado o anonimato nos resultados dos dados obtidos, sendo que todos os registros ficarão de posse da pesquisadora por cinco anos e após esse período serão extintos. Será garantido também:
- Receber a resposta e/ou esclarecimento de qualquer pergunta e dúvida a respeito da pesquisa;
- Poderá retirar seu consentimento a qualquer momento, deixando de participar do estudo, sem que isso traga qualquer tipo de prejuízo.

Assim, mediante este Termo de Consentimento Livre e Esclarecido, declaro que autorizo minha participação nesta pesquisa, por estar esclarecido e não me oferecer nenhum risco de qualquer natureza. Declaro ainda, que as informações fornecidas nesta pesquisa podem ser usadas e divulgadas no curso Pós-graduação *stricto sensu*, Mestrado Profissional em Ensino de Ciências Exatas do Centro Universitário, bem como nos meios científicos, publicações eletrônicas e apresentações profissionais.

---

Assinatura do(a) responsável

---

Pesquisadora: Elise Cândida Dente  
elisedente@universo.univates.br

Município (RS) \_\_\_\_\_ de \_\_\_\_\_ de 2015.

**APÊNDICE E – Questionário Inicial**

Centro Universitário UNIVATES  
Programa de Pós-Graduação - Mestrado Profissional em Ensino de Ciências Exatas  
Mestranda: Elise Cândida Dente

**Questionário inicial para alunos**

Idade: \_\_\_\_\_

1 – Descreva o que gosta de fazer no seu tempo livre:

---

---

---

2 – O que você gosta de fazer na escola?

---

---

---

3 – Qual sua disciplina preferida? Justifique.

---

---

---

4 – Você gosta de matemática?

---

---

---

5 – O que mais gosta de fazer durante as aulas de matemática?

---

---

---

6 – Escreva alguns assuntos que lhe interessam estudar na escola.

---

---

---

**APÊNDICE F - Subtema: Gordura cerebral (Aluno 1; Aluno 2; Aluno 3; Aluno 4)**



**Subtema: Gordura cerebral**

**Grupo**

**Aluno 1**

**Aluno 2**

**Aluno 3**

**Aluno 4**

## O cérebro também engorda?

Alexandre Ferreira

O nosso cérebro pesa cerca de 1,4 kg e aproximadamente 30% deste peso é gordura. Essa quantidade é ideal para seu bom funcionamento. Quando engordamos, também ocorre aumento de depósito de gordura no cérebro. Estudos recentes levantam a possibilidade de que uma dieta hipercalórica possa inflamar o hipotálamo e causar obesidade. Essa pode ser a causa para situações em que, mesmo com reeducação alimentar e mudança do estilo de vida, o indivíduo não consiga emagrecer, voltando para o seu peso inicial.

O controle de quanto um indivíduo consome de energia e quanto ele gasta em sua atividade diária é determinado por um eixo muito complexo e integrado de neurônios do hipotálamo. O hipotálamo é uma região do cérebro que regula o apetite, o sono, a quantidade de água a ser ingerida e a temperatura corporal e ainda está relacionado ao processamento das emoções e ao comportamento sexual. Estudos demonstraram que o processo inflamatório promovido pelo excesso de gordura cerebral danifica os circuitos neuronais que mantêm o controle das reservas de energia do corpo, favorecendo o ganho de gordura corporal e a obesidade. Quando estamos diante de uma sobremesa maravilhosa, ou outro alimento que aguçe nosso paladar, o que nos faz tomar a decisão entre não comer ou “enfiar o pé na jaca” é o cérebro, além da nossa postura. Para isso, o cérebro detecta informações do próprio corpo e, com base nelas, decide qual atitude tomar. O envio desses sinais ao cérebro se dá principalmente por meio dos hormônios leptina e insulina.

A leptina é produzida no tecido adiposo numa quantidade proporcional à quantidade de gordura corporal. Quem tem mais gordura produz mais leptina. Com essas oscilações, o cérebro entende que, ao produzir mais leptina, o corpo precisa comer porções menores. Ao passo que, quando há diminuição do estoque energético, o cérebro avisa ao corpo a hora de encerrar a refeição. É o equilíbrio nesse processo que mantém o peso estável ao longo da vida. Entretanto, nem sempre comer pouco equivale à certeza de ter um corpo esguio e magro. Pessoas obesas, mesmo fazendo regime, não garantem as tão desejadas curvas da Pugliesi, ou seja, comer pouco, necessariamente, não vai fazê-las emagrecer.

Uma pesquisa realizada com camundongos experimentais demonstrou que, ao introduzir uma dieta rica em gordura, os neurônios do hipotálamo desses animais foram danificados devido a um processo inflamatório que interrompe a resposta do cérebro à leptina e, em alguns casos, promove a morte neuronal. Com as células danificadas, o papel modulador também fica prejudicado. E, não reconhecendo a quantidade desse hormônio presente no organismo, o cérebro fica incapaz de emitir a ordem para interromper a ingestão de alimentos. Assim, num primeiro momento, a pessoa pode não saber a hora de parar e permanece comendo, comendo e comendo... Porém, ao longo do tempo, todo o sistema regulatório fica desorientado e continua a guardar energia, ou gordura, mesmo com dietas ou privação de alguns alimentos.

A insulina também funciona como fator regulador nesse processo. Ela é produzida pelas células beta do pâncreas e é secretada ao longo dia, com picos durante as refeições e proporcional à adiposidade. A insulina interfere diretamente na ação da leptina, pois desempenha um papel

relevante na conversão do sinal que controla o ritmo dos disparos neuronais, o que, em consequência, regula a liberação de neurotransmissores relacionados ao controle da fome e termogênese nos terminais sinápticos. Assim, as duas substâncias controlam de forma recíproca os efeitos de sinalização e modulação gerados uma pela outra.

Outra hipótese é que a origem da obesidade tenha relação com alterações causadas pela inflamação do hipotálamo. Para testar a teoria, cientistas da Unicamp trataram animais experimentais com uma dieta hiperlipídica por 16 semanas. No final desse período, os roedores foram avaliados no que se refere ao padrão de expressão gênica do órgão e descobriu-se que esse consumo de alimentos ricos em gordura induz a reação de proteínas de resposta inflamatória no hipotálamo. Em seres humanos, estudos de neuroimagem para avaliar o sistema nervoso central por meio de ressonância magnética também comprovam alterações no funcionamento de regiões do SNC associadas a processos cognitivos e comportamentais. Sugerem que, de forma semelhante ao que ocorre em animais, a obesidade em humanos está associada à lesão neuronal no hipotálamo e, posteriormente, à resistência à leptina e à insulina.

O excesso de nutrientes, particularmente ácidos graxos saturados (encontrados em óleos vegetais e gorduras animais) pode desencadear o estresse do retículo endoplasmático, estrutura responsável pela síntese de uma série de proteínas e, conseqüentemente, ativar as vias inflamatórias. O retículo endoplasmático é fundamental na indução de resistência à leptina no hipotálamo. Inibidores do retículo endoplasmático restauram a sensibilidade à leptina e levam à diminuição do peso em camundongos submetidos à dieta rica em gordura, enquanto a indução do retículo endoplasmático em neurônios resulta na resistência à leptina e na obesidade. Os mecanismos pelos quais o estresse é desencadeado ainda são desconhecidos. Porém, já se sabe que a alta ingestão de gorduras está associada à morte de neurônios e pode ocasionar lesões neuronais no hipotálamo.

Segundo estimativas da Organização da Saúde (OMS), em menos de dois anos a obesidade atingirá 700 milhões de pessoas e 2,3 bilhões em todo o planeta terão sobrepeso. Um estudo brasileiro mostrou que os prejuízos neuronais causados pelo acúmulo de gordura podem parcialmente ser revertidos. Foram acompanhados 13 pacientes do ambulatório de obesidade da Unicamp antes e após se submeterem à cirurgia bariátrica. Com recursos de tomografia computadorizada e ressonância magnética, verificou-se que é notável o aumento da atividade anti-inflamatória após a eliminação da massa corporal, o que corrigiria, pelo menos em parte, os danos causados ao cérebro.

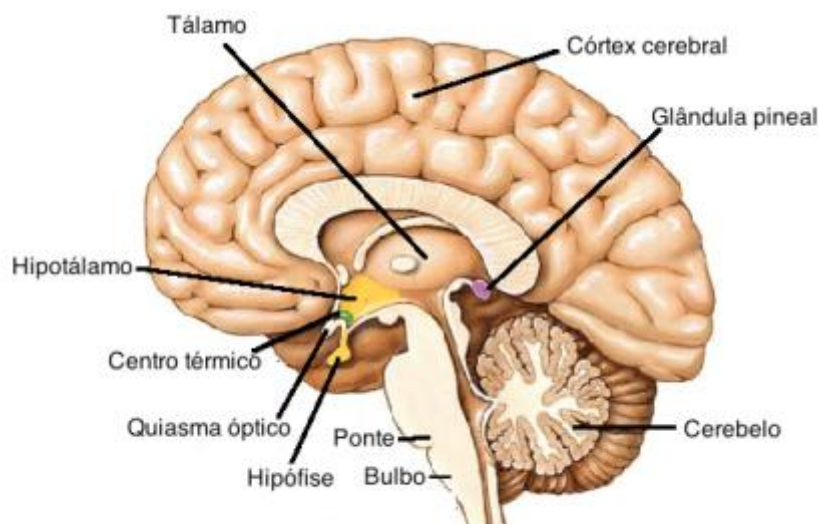
Diante desse quadro, na maioria absoluta dos casos a prevenção eficaz para não ganhar os incômodos quilos a mais e os prejuízos aos neurônios já é conhecida: adoção de uma dieta balanceada aliada à atividade física regular. Não há formulas mágicas. E prevenir ainda é o melhor remédio.



Agora o grupo deverá listar as discussões que surgiram a partir do texto e o que querem explorar envolvendo este tema.

Adaptado de: <<http://www.endocrinonews.com/tag/excesso-de-gordura-cerebral/>>.

### Glossário



### hipotálamo

Região do encéfalo situada na base do cérebro, e onde se situam os centros da atividade simpática, do despertar, do sono, da regulação térmica.

**Neurotransmissores** são substâncias químicas produzidas pelos neurônios (as células nervosas), com a função de biossinalização. Por meio delas, podem enviar informações a outras células. Podem também estimular a continuidade de um impulso ou efetuar a reação final no órgão ou músculo alvo. Os neurotransmissores agem nas sinapses, que são o ponto de junção do neurônio com outra célula.

**Termogênese** é capacidade de equilibrar a temperatura interna do corpo com a do meio ambiente.

**sinápticos.** relativo à zona de contato entre dois neurônios

**SNC** – Sistema Nervoso Central

**retículo endoplasmático** está envolvido na síntese de proteínas e lipídios, na desintoxicação celular e no transporte intracelular

**APÊNDICE G - Subtema: Frequência do som (Aluno 1; Aluno 2; Aluno 3; Aluno 4)**



**Subtema: Frequência do som**

**Grupo**

**Aluno 1**

**Aluno 2**

**Aluno 3**

**Aluno 4**

### **A Sensibilidade Auditiva**

Autor: Marco Aurélio da Silva Santos

#### Sistema auditivo humano

O sistema auditivo humano é sensível às alterações da frequência sonora. Pequenas variações na frequência dos sons fazem com que o sistema auditivo humano perceba que ele se tornou mais grave ou mais agudo. Mas essa sensibilidade às alterações na frequência da intensidade sonora é pequena, fato que não possibilita ao ouvido humano captar as frequências sonoras dos ultrassons e dos infrassons, pois esses estão na faixa de frequência auditiva que o ouvido humano não consegue captar.

Alguns estudos indicam que a percepção auditiva das variações de intensidade sonora é aproximadamente igual a 1db, o que significa dizer que é necessário um aumento de 1db no nível do som para que possamos perceber um pequeno aumento na intensidade sonora.

O infrassom e o ultrassom não provocam sensibilidade ao nosso sistema auditivo porque, como já foi mencionado, as suas frequências sonoras se encontram fora da faixa auditiva perceptível ao ouvido humano. No entanto, existem animais que conseguem perceber o ultrassom. Experiências mostram que o cachorro é um desses animais. É por esse motivo que eles são adestrados para atenderem a apitos de ultrassons, apitos esses que o ser humano não consegue perceber. Os morcegos são outros animais que também conseguem perceber as frequências dos ultrassons. Esses animais conseguem emitir e ouvir frequências sonoras que chegam até 120 000 hertz.

Apesar de o ultrassom não ser percebido pelo sistema auditivo humano, ele é muito utilizado em um aparelho chamado **sonar**, que localiza objetos e determina a distância até ele. Esse aparelho é utilizado, por exemplo, na pesca, para encontrar os cardumes de peixes ou mesmo em submarino, para saber a distância que ele está de um determinado obstáculo.

**Agora o grupo deverá listar as discussões que surgiram a partir do texto e o que querem explorar envolvendo este tema.**

Adaptado de: <<http://www.mundoeducacao.com/fisica/a-sensibilidade-auditiva.htm>>.

**APÊNDICE H - Subtema: Tamanho do pé (Aluno 1; Aluno 2; Aluno 3; Aluno 4)****Subtema: Tamanho do pé****Grupo****Aluno 1****Aluno 2****Aluno 3****Aluno 4**

## Podologia

O que é a Podologia?

Podologia é a ciência na área da saúde, especializada na investigação, prevenção, diagnóstico e tratamento das alterações que afetam o pé e as suas repercussões no organismo humano, sendo o Podologista ou Podiatra o profissional de saúde devidamente habilitado para o tratamento das patologias do pé.

Por que os nossos pés necessitam de tratamento especializado?

Os nossos pés são muito complexos. São eles que alojam um quarto de todos os ossos do corpo, além de possuírem uma complexa rede de músculos, ligamentos e articulações. Os nossos pés são vulneráveis a ferimentos e doenças e existem descrições de acima de trezentas condições patológicas dos pés. Por volta dos cinquenta anos de idade, os pés perderam cerca de metade da capacidade de absorção de choque conferida pelo panículo adiposo do pé (gordura da planta do pé responsável pela absorção dos impactos durante a marcha).

Pés em risco

Alguns pés têm necessidades especiais – o pé da criança, o pé do desportista, o pé do trabalhador, o pé do idoso, o pé afetado por doenças. Os pés das crianças estão ainda em desenvolvimento e são frágeis. Eles podem ser facilmente afetados pelo uso de calçado mal ajustado. A examinação precoce do pé da criança é uma medida preventiva. Desgaste anormal do calçado; mau apoio dos pés, alterações dermatológicas, como, por exemplo, verrugas, alterações das unhas, alterações da marcha, dores nos pés, tropeçar frequente, são sinais de potenciais problemas.

O diagnóstico de patologias e o tratamento precoce do pé da criança são fundamentais para assegurar um crescimento correto e prevenir o aparecimento de alterações estruturais e funcionais. O crescimento e desenvolvimento do pé da criança devem ser acompanhados pelo Podologista, assegurando um tratamento especializado e personalizado.

As atividades desportivas – caminhar, correr, saltar – acarretam uma grande demanda física para o corpo, muito mais do que as atividades normais do dia a dia. Enquanto corremos, os pés podem absorver até três vezes o peso do nosso corpo. Assim sendo, não é surpreendente que as alterações patológicas do pé e do membro inferior constituam uma grande proporção das lesões desportivas. Os Podologistas compreendem a estrutura e o movimento do pé. O diagnóstico precoce das patologias dos pés é indispensável para proporcionar uma melhor qualidade de vida e um melhor rendimento desportivo.

Durante o período laboral, os nossos pés podem percorrer até 24 quilômetros num só dia, assim como absorver toda a carga associada à especificidade laboral de cada um de nós – andar, correr, levantar, subir e descer escadas, levantar pesos, conduzir maquinaria ou veículos, passar longos períodos de pé, etc.

Aproximadamente 20% de todas as queixas de saúde nos locais de trabalho estão relacionadas com lesões dos pés. Pesquisas demonstram que os problemas dos pés relacionados com o trabalho estão muitas vezes associados à inadequação e à fraca qualidade do calçado.

Quando alcançamos os 50 anos de idade, os nossos pés percorreram 86.000 quilômetros, o que os deixa mais susceptíveis a doenças e lesões. Estudos clínicos demonstram que, a partir dos 50

anos, estamos 80% mais susceptíveis ao desenvolvimento de artrite do pé e do tornozelo, assim como, 90% mais sujeitos ao desenvolvimento de deformações das articulações do pé e dos dedos dos pés.

As pessoas com diabetes estão em risco de desenvolver problemas sérios nos pés pelo fato de apresentarem alterações inerentes à doença. As alterações do aporte sanguíneo e as alterações degenerativas dos pés e das pernas diminuem a habilidade de lutar contra as infecções. Esses fatores, em conjunto, contribuem para a diminuição da capacidade de cicatrização de feridas. Consultas de rotina são vitais para a saúde dos pés do diabético. A Associação Portuguesa de Podologia recomenda pelo menos uma consulta a cada 12 meses.

É recomendado que visite o Podologista sempre que:

- Sentir dores nos seus pés;
- Passar longos períodos de pé;
- Observar problemas na pele ou unhas (unha encravada, alteração da cor das unhas, calosidades, alterações da pele);
- Sofrer de mau odor dos pés;
- Detectar um ferimento nos pés;
- Apresentar problemas de saúde tal como a diabetes, artrite reumatoide, problemas vasculares;
- Tropeçar ou torcer os pés recorrentemente;
- Tiver dificuldade em calçar sapatos devido à alteração da forma dos dedos. Dores nos pés.

Pesquisas de opinião referem que apenas uma minoria da população com problemas nos pés recorre à ajuda profissional. Uma ideia bastante comum é o fato de pensarmos que os pés doridos são uma situação normal. Esta crença é errada. Do mesmo modo que recorre ao seu dentista quando sente uma dor nos dentes, deverá consultar o seu podologista sempre que sentir dores nos pés.

Os Podologistas estão qualificados a identificar e tratar a causa das dores dos seus pés, relacionados com problemas biomecânicos (estrutura do pé), calçado inadequado, alterações da pele (calos, calosidades), doenças (diabetes, artrite reumatoide), infecções (pé de atleta) ou traumatismos.

As dores dos pés também podem ser sinais de outras doenças. Por exemplo, 20% dos casos de artrite reumatoide e 35% de fraturas de stress ocorrem nos pés.

Anatomia dos pés:

O pé humano é constituído por 26 ossos, 114 ligamentos e 20 músculos. O pé tem duas funções primordiais: suportar o peso do corpo na posição de pé ou durante a marcha e atuar como alavanca propulsora na locomoção. Os pés suportam o peso do corpo todo ereto, atuam como trampolim e fazem ajustamentos mínimos, constantes e inconstantes, para manterem o equilíbrio.

**Agora o grupo deverá listar as discussões que surgiram a partir do texto e o que querem explorar envolvendo este tema.**

Adaptado de: <<http://www.podologia.com.pt/podologia/>>.

**APÊNDICE I - Subtema: Altura (Aluno 1; Aluno 2; Aluno 3; Aluno 4)**



**Subtema: Altura**

**Grupo**

**Aluno 1**

**Aluno 2**

**Aluno 3**

**Aluno 4**

### **Crescer depende de genética, sono, dieta, exercício, gênero e fase da vida**

Saiba como melhorar o desenvolvimento de crianças e adolescentes. Homens costumam ser até 13 cm mais altos do que as mulheres. Do G1, em São Paulo.

A altura de cada pessoa depende de vários fatores, como genética, sono, alimentação, atividade física, gênero e fase da vida. Os homens costumam ser até 13 cm mais altos que as mulheres e, à medida que o indivíduo envelhece, vai "encolhendo" por um encurtamento dos ossos e músculos.

Para descobrir se o seu crescimento está adequado ou não, os médicos fazem um raio X da mão e do punho esquerdos, exame disponível no Sistema Único de Saúde (SUS). Com essa imagem, é possível detectar o padrão de maturidade dos ossos, proporcional ao crescimento, uma vez que a altura de cada um está relacionada com seu desenvolvimento ósseo.

Esportes em geral são bons para quem precisa crescer, segundo a pediatra Ana Escobar e o endocrinologista pediátrico Hamilton Menezes. Exercícios aeróbicos, como natação e modalidades coletivas, são importantes para a criança e o adolescente.

A atividade física garante o aumento da capacidade cardiorrespiratória e a distribuição do oxigênio pelo corpo, além de evitar a obesidade, que prejudica o desenvolvimento – os gordinhos crescem antes e mais rápido, mas param cedo e no final ficam baixinhos.

Os médicos não recomendam musculação antes da puberdade. É importante esperar até essa fase para ter certeza de que o crescimento chegou ao fim. Além disso, crianças e adolescentes têm mais risco ósseo e articular em atividades de alto impacto.

Na terceira idade, ficamos mais baixos por causa dos encurtamentos musculares em regiões como a coluna cervical e lombar, o diafragma e os membros inferiores.

### **Homens x mulheres**

Os homens chegam à puberdade mais tarde, aos 17 anos em média. E é só depois disso, por volta dos 20 anos, que eles param de crescer. No caso das meninas, a puberdade vem aos 15 anos. Depois da menarca, a primeira menstruação, a mulher ganha mais 5 ou 7 cm.

### **Importância do sono**

É à noite que a gente cresce. A maior parte do hormônio do crescimento (GH) é fabricada e liberada durante o sono, principalmente na fase REM.

Os médicos indicam um sono de 12 horas (contínuas ou não) para crianças no período de amamentação, até os 2 anos. Dormir bastante nessa fase é normal e ajuda a crescer. A partir daí, e durante toda infância e adolescência, dormir 8 horas por noite é suficiente para se desenvolver bem.

### **Hormônio do crescimento**

Quando anoitece, a glândula hipófise (que fica na parte central do cérebro) acelera a produção do hormônio do crescimento. O GH se espalha pelo corpo e estimula no fígado a produção de outro hormônio, o IGF-1.

O IGF-1 atua principalmente na "placa de crescimento", cartilagem que envolve os ossos e é



estimulada a produzir células que os expandam. O hormônio do crescimento também quebra as células de gordura e libera substâncias que são usadas para fabricar os músculos.

### **Alongamento e postura errada**

Alterações e vícios posturais colaboram para reduzirmos alguns centímetros de altura. Uma boa posição pode fazer alguém “crescer” entre 2 e 4 cm. E os alongamentos são fundamentais para evitar problemas e dores musculares.

O fisioterapeuta Davi Costa elencou três posturas incorretas repetidas no dia a dia. A primeira é quando uma pessoa senta à mesa do escritório com a cabeça projetada para frente (em direção ao computador) e a coluna encurvada para trás, no ângulo de uma roda de bicicleta – as costas ficam arredondadas do bumbum até a nuca. A segunda, quando, de pé, ao apoiar-se em uma das pernas, o indivíduo joga todo o peso do corpo em uma perna, deixando a outra levemente flexionada. A coluna forma um "S" (escoliose funcional). Para corrigir, distribua a carga nos dois pés e fortaleça o abdômen. O terceiro mau hábito é a postura de cansaço, com a bacia inclinada para frente e os pés em um ângulo de "dez para as duas". Assim, a lombar fica fragilizada. Para endireitar-se, é preciso direcionar os pés para frente e encaixar ombros e cabeça no corpo.

### **Alimentos que ajudam a crescer**

O cálcio é a substância que garante o crescimento saudável e a resistência dos ossos. Também ajuda a prevenir a osteoporose. Já a proteína é importante para o crescimento dos músculos.

**Agora o grupo deverá listar as discussões que surgiram a partir do texto e o que querem explorar envolvendo este tema.**

Adaptado de: <<http://g1.globo.com/bemestar/noticia/2012/02/crescer-depender-de-genetica-sono-dieta-exercicio-genero-e-fase-da-vida.html>>.

**APÊNDICE J - Subtema: Sistema Circulatório (Aluno 1; Aluno 2; Aluno 3; Aluno 4)**



**Subtema: Sistema Circulatório**

**Grupo**

**Aluno 1**

**Aluno 2**

**Aluno 3**

**Aluno 4**

## O que é

O coração é um órgão muscular oco, envolto por um saco cheio de líquido chamado pericárdio, localizado no interior da cavidade torácica. Sua função é bombear o sangue oxigenado (arterial) proveniente dos pulmões para todo o corpo e direcionar o sangue desoxigenado (venoso), que retornou ao coração, até os pulmões, onde deve ser enriquecido com oxigênio novamente.

O coração é dividido em quatro câmaras. Sangue venoso e sangue arterial são separados por meio de um septo (membrana) vertical. A divisão horizontal é feita por válvulas atrioventriculares: a mitral divide o lado esquerdo em dois; a tricúspide, o lado direito. As câmaras superiores são chamadas de átrios (esquerdo ou direito), e as inferiores são conhecidas como ventrículos (esquerdo ou direito).

Além dessas membranas que permitem o fluxo sanguíneo controlado por pequenos orifícios, o coração tem válvulas que se encontram na saída de cada ventrículo: a válvula aórtica, ligando o órgão à aorta (principal artéria do sistema circulatório), e a válvula do tronco pulmonar, permitindo o fluxo de sangue até os pulmões.

As portas de entrada do sangue no coração são conhecidas como veia cava superior, responsável pelo fluxo proveniente da cabeça e membros superiores, e veia cava inferior, que traz o sangue do abdômen e dos membros inferiores.

Com a falência do cérebro, uma pessoa é declarada clinicamente morta, embora outros órgãos possam continuar funcionando com a ajuda de equipamentos. Se o coração para, no entanto, nada mais funciona no organismo.

## Funcionamento

As válvulas do corpo permitem que o sangue flua apenas em uma direção. Isso dá suporte aos dois ciclos observados na circulação humana: o de sangue arterial, que foi oxigenado pelos pulmões e será distribuído pelo corpo quando o coração bombeia, e o sangue venoso, que retorna ao coração desoxigenado e rico em gás carbônico.

O sangue desoxigenado entra no coração pela veia cava superior e veia cava inferior, desaguardo no átrio direito. Os músculos dessa câmara se relaxam e o espaço é preenchido com o sangue venoso, sendo então encaminhado controladamente por um orifício ao ventrículo direito. Funcionando como uma bomba, o ventrículo direito impulsiona o sangue aos pulmões.

Uma vez restaurado e novamente rico em oxigênio, o sangue retorna ao lado esquerdo do coração pelas veias pulmonares. Primeiramente chega ao átrio esquerdo, seguindo por um orifício ao ventrículo esquerdo. Sendo a mais potente câmara do coração, ele gera fortes contrações para bombear o sangue para todo o corpo pela porta de saída: a artéria aorta.

Embora seja um dos grandes responsáveis pela distribuição do oxigênio ao corpo, o coração também precisa receber oxigênio para que funcione corretamente. Dessa maneira, sua musculatura é nutrida por uma rede de artérias – as artérias coronárias – que se originam na aorta.

Para bombear sangue adequadamente, o órgão depende de sinais elétricos enviados pelo nodo sinoatrial (o “marca-passo natural”) às células do coração. Como resposta, essas células produzem as contrações necessárias para impulsionar o sangue a todos os tecidos do corpo.

**Curiosidades**

Os nervos cardíacos, que comandam os batimentos pelos impulsos elétricos fornecidos pelo nodo sinoatrial, formam um corpo neural próprio com cerca de 40 mil neurônios. Eles funcionam para dar o ritmo certo da batida e podem ser influenciados pelos neurônios do cérebro: se uma pessoa está estressada, o batimento cardíaco aumenta. O inverso também é verdadeiro em muitos casos.

Em uma pessoa saudável, o coração bate em média 70 a 80 vezes por minuto. Mas, esse número pode ser elevado para até 150 em situações de pânico ou susto. O coração bombeia em média 74 mil litros de sangue por dia – o suficiente para, ao longo de uma vida inteira, encher 100 piscinas. A pressão exercida pelo órgão também é tão forte, que o sangue poderia ser jorrado a 10 metros de altura.

Nem todos os animais possuem corações divididos em câmaras, como o homem, configurando o que chamamos de circulação dupla e completa. Nos peixes, o sangue passa apenas uma vez pelo coração, e sangue oxigenado e desoxigenado se misturam.

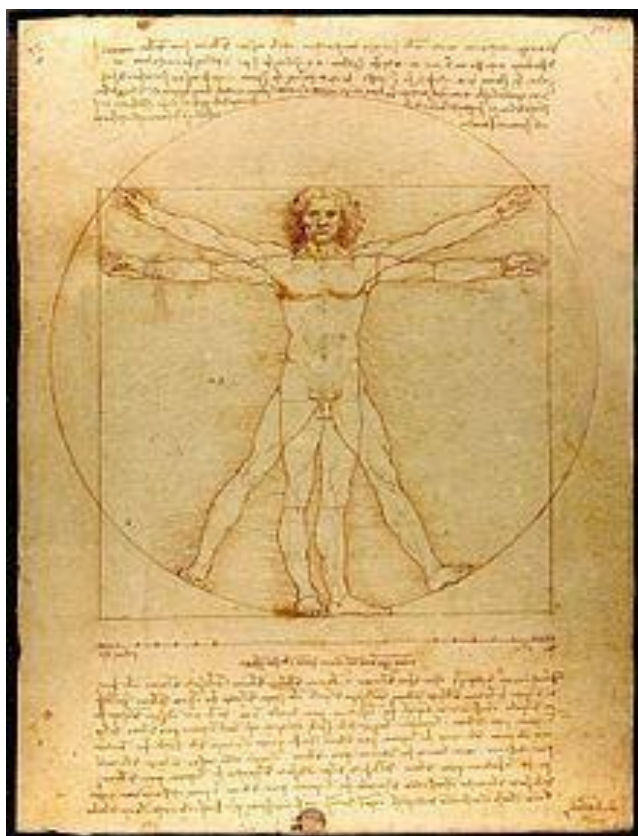
Anfíbios têm três câmaras: dois átrios e um ventrículo. Dois átrios e um ventrículo parcialmente separados formam o coração dos répteis – exceto os crocodilianos, que têm uma membrana vertical que divide o órgão em quatro partes, havendo mistura de sangue venoso e arterial. Mamíferos e aves apresentam dois átrios e dois ventrículos, mas é a direção da aorta que muda.

Os casos mais interessantes ficam por conta dos invertebrados. As minhocas apresentam entre dois a 15 pares de vasos no esôfago que exercem a função do nosso coração, enviando o sangue para um vaso central que distribui o oxigênio e os nutrientes para a parte dianteira e traseira. Os três corações do polvo permitem que a pressão sanguínea permaneça constantemente alta, favorecendo a circulação de um sangue muito pobre em oxigênio.

**Agora o grupo deverá listar as discussões que surgiram a partir do texto e o que querem explorar envolvendo este tema.**

Adaptado de: <<http://saude.ig.com.br/coracao/>>.

**APÊNDICE K - Subtema: Número da beleza (Aluno 1; Aluno 2; Aluno 3; Aluno 4)**



**Subtema: Número da beleza**

**Grupo**

**Aluno 1**

**Aluno 2**

**Aluno 3**

**Aluno 4**

## O homem vitruviano e o número PHI: a matemática da beleza

Autor: Catherine Beltrão

Leonardo da Vinci (1452-1519), um dos maiores gênios da humanidade, não foi só o pintor de Mona Lisa, a obra mais famosa já pintada, reproduzida e parodiada de todos os tempos. Ele também era matemático, engenheiro, cientista e inventor. E também botânico, poeta e músico.

Por volta de 1490, da Vinci produziu vários desenhos para um diário. Entre eles, está o célebre *Homem Vitruviano*, baseado numa passagem do arquiteto romano Marcus Vitruvius Pollio, na sua série de dez livros intitulados de *De Architectura*, um tratado de arquitetura em que, no terceiro livro, são descritas as proporções do corpo humano masculino:

“O *Homem Vitruviano*”, de Leonardo da Vinci (1490, Lápis e tinta sobre papel, 34 X 24 cm):

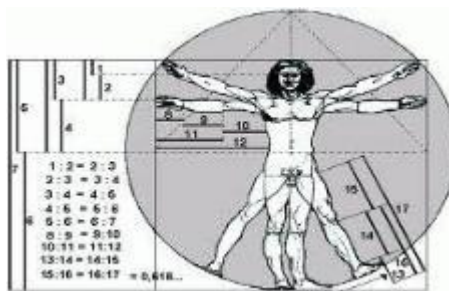
- um palmo é o comprimento de quatro dedos;
- um pé é o comprimento de quatro palmos;
- um côvado é o comprimento de seis palmos;
- um passo são quatro côvados;
- a altura de um homem são quatro côvados;
- o comprimento dos braços abertos de um homem (envergadura dos braços) é igual à sua altura;
- a distância entre a linha de cabelo na testa e o fundo do queixo é um décimo da altura de um homem;
- a distância entre o topo da cabeça e o fundo do queixo é um oitavo da altura de um homem;
- a distância entre o fundo do pescoço e a linha de cabelo na testa é um sexto da altura de um homem;
- o comprimento máximo nos ombros é um quarto da altura de um homem;
- a distância entre o meio do peito e o topo da cabeça é um quarto da altura de um homem;
- a distância entre o cotovelo e a ponta da mão é um quarto da altura de um homem;
- a distância entre o cotovelo e a axila é um oitavo da altura de um homem;
- o comprimento da mão é um décimo da altura de um homem;
- a distância entre o fundo do queixo e o nariz é um terço do comprimento do rosto;
- a distância entre a linha de cabelo na testa e as sobrancelhas é um terço do comprimento do rosto;
- o comprimento da orelha é um terço do da face;
- o comprimento do pé é um sexto da altura.

Após várias tentativas de Vitruvius para encaixar as proporções do corpo humano dentro da figura de um quadrado e um círculo, foi apenas com Leonardo que o encaixe saiu corretamente perfeito, dentro dos padrões matemáticos esperados. O *Homem Vitruviano* é considerado, frequentemente, um símbolo da simetria básica do corpo humano e, por extensão, do universo como

um todo. É interessante observar que a área total do círculo é idêntica à área total do quadrado (quadratura do círculo) e este desenho pode ser considerado um algoritmo matemático para calcular o valor do número irracional *Phi* (aproximadamente 1,618).

Mas o que é o número *Phi* ou número áureo? Este número está envolvido com a natureza do crescimento e está associado ao significado da perfeição, que pode ser encontrado em vários exemplos de seres vivos: crescimento de plantas, população de abelhas, escamas de peixes, presas de elefantes, flor de girassol, entre outros. E também em espirais de galáxias. Na matemática, o número *Phi* é encontrado de várias formas: Figuras Geométricas, Retângulo Dourado, Série de Frações, Série de Raízes e a Série de Fibonacci.

O número áureo pode ser aproximado pela divisão do *n*ésimo termo da Série de Fibonacci (0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, ..., na qual cada número é a soma dos dois números imediatamente anteriores na própria série) pelo termo anterior. Essa divisão converge para o número áureo conforme tomamos cada vez maior. Podemos ver um exemplo dessa convergência a seguir, em que a série de Fibonacci está escrita até seu oitavo termo [0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13]:  $2/1 = 2$  .....  $3/2 = 1,5$  .....  $5/3 = 1,666$ .....  $8/5 = 1,6$  .....  $13/8 = 1,625$



O Homem Vitruviano e a Série de Fibonacci

Muitos estudos e muitas pesquisas já se fizeram e continuarão a ser feitos, desvendando os mistérios do número *Phi*. Importante lembrar que, desde sempre, o homem está continuamente à procura da felicidade. E a beleza, sentida ou mostrada, faz parte desta felicidade. O número áureo, sendo a representação extrema da perfeição, é a ponte que liga a Arte à Matemática, em busca da beleza, em busca da felicidade.

**Agora o grupo deverá listar as discussões que surgiram a partir do texto e o que querem explorar envolvendo este tema.**

Adaptado de: <<http://artenarede.com.br/blog/index.php/o-homem-vitruviano-e-o-numero-phi-a-matematica-da-beleza/>>.

**APÊNDICE L - Subtema: Futebol (Aluno 1; Aluno 2; Aluno 3; Aluno 4)**



**Subtema: Futebol**

**Grupo**

**Aluno 1**

**Aluno 2**

**Aluno 3**

**Aluno 4**



## **Assim é medida a distância percorrida por um jogador de futebol durante os jogos**

Eduardo Moreira

Como avaliar o desempenho de um jogador de futebol durante as partidas? As variáveis são muitas: passes dados, gols marcados, chutes a gol, recuperação de posse de bola... porém, dentre todos os itens, um se transformou em uma das principais referências para saber se um jogador foi bem ou mal em um jogo: a distância percorrida.

Muito se questiona a prática de avaliar o desempenho de um atleta pela quantidade de quilômetros percorridos por ele. Nesse post, falo um pouco do que pode acontecer com um jogador nesse aspecto, e o que o mundo da tecnologia tem a ver com isso.

### **As câmeras perseguem os jogadores (e seus números)**

Vamos ver como a UEFA, uma das primeiras a incorporar esses dados de performance, conseguiu medir a distância percorrida pelos jogadores em campo. A resposta está em uma empresa norte-americana, a Stats, que é de propriedade da Vista Equality Partners.

A Stats baseia o seu negócio no desenvolvimento de serviços de estatísticas para diferentes esportes. Dados de todo o tipo em um painel de controle permitem o acesso a todas as informações de uma partida em tempo real. Até aí, nada de espetacular.

O que realmente interessa na Stats é o que eles batizaram de “player tracking”. Essa tecnologia vai além da medição de distância percorrida e oferece outras variáveis individuais, como velocidade média e máxima, aceleração, velocidade com a bola, mapas de calor, distância total, vezes em que teve a posse de bola, entre outros. Os dados se separam entre equipes, jogadores e a bola. E é um volume de dados que dissecar o jogo completamente.

Ok, a Stats mede muitos dados. Mas... como eles fazem isso? Os dados coletados pelo Stats são obtidos por um sistema chamado SportsVU, que é um sistema de câmeras de alta definição que se divide em duas plataformas para fazer o registro dos movimentos em campo. É uma combinação de hardware e software simplesmente incrível.

O SportsVU SV possui três câmeras que seguem os diferentes objetos do campo, obtendo as informações sobre a posição em três eixos (X, Y, Z). Cria, assim, uma corrente de dados que são enviados em tempo real para computadores que os registram. Já o SportsVU MV é um sistema de seis câmeras elevadas, que apoia os resultados enviados pelo sistema SV. Não é uma tecnologia perfeita (margem de erro de 3%), mas é suficientemente confiável para tirar conclusões do que acontece em campo.

Na última Copa do Mundo, foi a empresa italiana Deltatre a responsável pelas estatísticas dos jogos, em colaboração com as demais empresas responsáveis pela realização das partidas. Cada partida foi analisada, com suas informações enviadas em tempo real. De novo: como eles fizeram isso?

O sistema da Deltatre que segue os jogadores é parecido com o da Stats: várias câmeras seguem os movimentos de cada um para calcular a distância percorrida, gerando os mapas de calor. E esse

parece ser o padrão para os próximos anos.

### **Fome de dados, falta de apetite para analisar**

O que fica claro nesse ponto é que temos tecnologia de sobra para analisar diversas variáveis do jogo, que enriquecem de forma notável as estatísticas das partidas. Porém, ainda existem os mais céticos sobre a questão. Como aplicar esses dados de alguma forma?

Além de munir o torcedor de dados para a conversa no bar no dia seguinte com os amigos, algumas estatísticas são realmente irrelevantes. Quem se importa com a velocidade máxima de um atleta durante um ataque? Ok, podemos formar um infográfico com os jogadores mais velozes, mas nada muito além disso.

Considerando o lado profissional, essas informações são bem mais úteis. Ver por onde os jogadores correram mais, analisar como o seu adversário se moveu em campo, e outros dados podem oferecer conclusões e soluções para as equipes nos próximos jogos.

No basquete, temos um precedente com o Portland Trail Blazers: a equipe utilizou os dados de jogos anteriores e aqueles recebidos em tempo real para afinar um pouco mais a estratégia de jogo. O resultado? A melhor temporada da equipe nos últimos anos.

### **Agora o grupo deverá listar as discussões que surgiram a partir do texto e o que querem explorar envolvendo este tema.**

Adaptado de: <<http://www.oeduardomoreira.com.br/assim-e-medida-a-distancia-percorrida-por-um-jogador-de-futebol-durante-os-jogos/>>.

**APÊNDICE M - Subtema: Vôlei (Aluno 1; Aluno 2; Aluno 3; Aluno 4)**



**Subtema: Vôlei**

**Grupo**

**Aluno 1**

**Aluno 2**

**Aluno 3**

**Aluno 4**

## **Voleibol: história, regras e curiosidades**

Professor José Costa

O voleibol foi criado em 1895, pelo professor de Educação Física William G. Morgan, diretor da Associação Cristã de Moços (ACM), na cidade de Holyoke, Massachussetes, Estados Unidos. O voleibol chegou ao Brasil, em São Paulo, por volta de 1915, pela ACM de São Paulo e depois aos demais estados.

Em 1947, foi criada a Federação Internacional de Volley-Ball (FIVB), atualmente constituída por quase todos os países do mundo. Em 09 de agosto de 1954 foi criada a Confederação Brasileira de Volley-Ball (CBV), formada por 27 federações, entre elas a Federação Sergipana de Volley-Ball, que foi fundada em 15 de agosto de 1956.

A prática do voleibol

O voleibol é jogado por duas equipes de 6 jogadores. A equipe é orientada por um técnico e composta por 12 jogadores. A arbitragem é composta por 2 árbitros, um anotador e 4 fiscais de linha. As partidas oficiais são disputadas em cinco sets ou 3 sets vencedores de 25 pontos, com uma diferença de pontos. A quadra mede 18 m de comprimento por 9 m de largura, dividida por uma rede de 9m50cm de comprimento, com largura de 1 m e suspensa a 2m43cm para os jogos masculinos e a 2m24cm para os jogos femininos juvenis e adultos. A bola tem de 65 a 67 cm de circunferência e pesa entre 260 a 280 g.

Fundamentos do voleibol:

- Saque – bola lançada na quadra adversária no início da disputa de ponto;
- Cortada – forte batida na bola com uma das mãos;
- Bloqueio – jogada em que um ou mais jogadores interrompem a trajetória da bola próxima da rede após a cortada do adversário;
- Recepção – é considerado um princípio de defesa. É o movimento executado depois do saque adversário;
- Defesa – movimento executado após o ataque adversário, quando a bola passa pelo bloqueio;
- Levantamento – é o passe que antecede o ataque.

Principais regras do voleibol:

- O jogo é iniciado após a execução do saque;
- O jogador do saque tem oito segundos, após o apito do árbitro, para efetuar-lo;
- Só é permitida uma única tentativa de saque;
- Um rodízio deve acontecer sempre que a equipe adversária sacar e sofrer um ponto;
- Os atletas de defesa não podem atacar na área de ataque e nem bloquear, exceto com a bola abaixo da borda superior da rede;
- Cada equipe pode tocar a bola três vezes seguida. A bola tocada no bloqueio não é contada como toque;
- Não é permitido atacar a bola que está no espaço do campo do adversário;

- No bloqueio, os bloqueadores podem tocar a bola além da rede, sem que sua ação interfira no golpe de ataque do adversário;
- A bola é considerada fora quando toca o solo fora das linhas demarcatórias, das antenas, cabos ou quando cruza o espaço fora das antenas;
- Tocar a borda superior da rede é falta, mas tocar as malhas não é, exceto se interferir na jogada.

Funções dos jogadores no voleibol:

- Levantador – jogador com habilidade específica para a preparação de jogadas de ataque;
- Líbero – é o jogador que tem como principal tarefa recepcionar bem os saques e defender os ataques, passando a bola com perfeição para o levantador;
- Ponta – jogador com alto poder de definição, força, velocidade e habilidade, que ataca pelas pontas ou saltando de trás da linha dos 3 metros;
- Meio de rede – é geralmente o jogador mais alto do time, que deve combinar duas qualidades: ser bom no bloqueio e ter velocidade para atacar.

Glossário do voleibol:

- Condução – infração cometida quando um jogador, em vez de tocar a bola, a conduz por um breve espaço de tempo;
- Dois toques – infração em que a bola toca duas vezes nas mãos de um jogador, sem ser simultaneamente;
- Rodízio – movimentação dos jogadores no sentido horário após uma vantagem, mudando cada um sua posição;
- Invasão – infração marcada quando um jogador é flagrado com qualquer parte do corpo além da rede, na outra quadra;
- Cravar – bater com violência, mandando a bola no chão da quadra adversária;
- Deixadinha – jogada em que se dá um leve toque na bola, procurando o espaço vazio na defesa adversária;
- Bola de segunda – ataque feito no segundo toque, com intenção de surpreender a defesa adversária;
- Match point – ponto que pode definir o jogo;
- Set point – ponto que pode fechar o set;
- Tie break – o mesmo que set de desempate. É disputado quando cada uma das equipes vence dois sets;
- Rally – sequência de jogadas que começa no saque e termina no momento em que a bola estiver fora de jogo;
- Manchete – tocar a bola com os braços esticados e com as mãos unidas;
- Toque – tocar a bola com os dedos, e com as duas mãos acima da cabeça.

Curiosidades do voleibol:

- O voleibol é o 2º esporte mais praticado no Brasil;
- A cortada de um jogador profissional de vôlei pode atingir velocidades superiores a 180 km/h;

- O saque “jornada nas estrelas” subia a uma altura de 15 metros. A bola descia a uma velocidade de 72 km/h;
- Durante uma partida de voleibol, um jogador dá de sessenta a oitenta saltos entre saques, ataques e bloqueios;
- O voleibol masculino é o único esporte coletivo do Brasil que já ganhou duas medalhas de ouro nas olimpíadas e que participou de todas as edições em que o voleibol existia como modalidade.

**Agora o grupo deverá listar as discussões que surgiram a partir do texto e o que querem explorar envolvendo este tema.**

Adaptado de: <<http://fmitabaiana.com.br/josecosta/blog/voleibol-historia-regras-e-curiosidades>>.

**APÊNDICE N - Subtema: Jogos eletrônicos (Aluno 1; Aluno 2; Aluno 3; Aluno 4)**



**Subtema: Jogos eletrônicos**

**Grupo**

**Aluno 1**

**Aluno 2**

**Aluno 3**

**Aluno 4**

## História dos jogos eletrônicos

Desde 1970, os jogos eletrônicos interessam jogadores de todas as idades. Vamos lembrar os primeiros videogames e sua evolução: Telejogo, Atari, Odyssei, Megadrive, Nintendo, Game Boy e outros. Os jogos vão evoluindo e aperfeiçoando seus gráficos, memória e suporte. Por exemplo, Playstation 2, Xbox 360, Game Cube, Playstation 3 e Nintendo Wii levam adultos e crianças ao mundo da diversão eletrônica. A diversão eletrônica já invade todos os espaços. Está nas casas, lan houses, fliperamas e é levada através de videogames portáteis. Os Jogos Eletrônicos, primeiramente foram projetados para redefinição da televisão, mas foram ganhando suas utilidades próprias como: cinema interativo, computador pessoal, portador de dados.

O estudo dos jogos eletrônicos e seu papel cultural na sociedade é baseado nas definições conceituais do entretenimento eletrônico e avança através da linha do tempo, apresentando a história dos jogos sob o viés do design, da tecnologia e da interatividade.

Jogos de celular: os jogos de celular começaram com jogos como Snake e Space Impact e outros em preto e branco. Atualmente há muitas variedades de jogos que são de RPG, com fases, coloridos...

Jogos eletrônicos: simples passatempo? Os jogos fazem parte do fabuloso e milionário mercado do entretenimento, concorrendo com a indústria do cinema de Hollywood em faturamento, efeitos especiais e gastos com publicidade.

A concorrência entre as empresas que lidam com os jogos eletrônicos obriga os profissionais da área a criarem jogos cada vez mais sofisticados e reais, mas com violência. Segundo estudiosos, os jogos influenciam os usuários a associar a violência mostrada nos games com a vida real. Como se o que é mostrado nos jogos, fosse normal.

Os jogos estimulam o aprendizado, a coordenação motora e ajudam na aprendizagem de novos idiomas, mas a violência ligada a eles continua sendo um ponto polêmico.

"Educação não é só transmitir conteúdo, é motivação". Além disso, os jogos eletrônicos ainda podem ser trabalhados em pontos mais específicos, se houver um projeto que aproveite suas potencialidades. Como Sim City 4, Stronghold, Warcraft, The Sims, Rooler Coaster, Red Alert, jogos que simulam a construção de cidades, reinos, parques, exércitos ou até famílias.

As pessoas podem procurar certos jogos com a intenção de aprender sobre um assunto que estejam estudando, como "Nilo", que mostra mistérios do Egito, ou Stronghold, que mostra os feudos e reinos da Idade Média.

Os jogadores acabam mexendo em várias telas e máquinas ao mesmo tempo, o que estimula o ato reflexo, a coordenação viso-motora e a criatividade, gerando ganhos na capacidade de memória. Porém, para algumas crianças, que não interpretam corretamente, alguns jogos tornam-se prejudiciais devido à violência contida neles.

**Agora o grupo deverá listar as discussões que surgiram a partir do texto e o que querem explorar envolvendo este tema.**

Adaptado de: <<http://otagui.blogspot.com.br/>>.



**APÊNDICE O - Subtema: Jogos coletivos (pega-pega/ caçador) (Aluno 1; Aluno 2; Aluno 3; Aluno 4)**



**Subtema: Jogos coletivos (pega-pega/ caçador)**

**Grupo**

**Aluno 1**

**Aluno 2**

**Aluno 3**

**Aluno 4**

## **Brincadeira pega-pega**

O pega-pega (português brasileiro) ou apanhada (português europeu) é uma brincadeira infantil muito conhecida. Pode ser jogada por um número ilimitado de jogadores e possui inúmeras variantes. De modo geral, o jogo consiste em dois tipos de jogadores: os pegadores e os que devem evitar ser apanhados.

Cada variante do jogo possui uma forma diferente de estabelecer como os demais serão pegos, em geral por meio de um toque. Quem for tocado, automaticamente vira o pegador, a depender do modo da brincadeira. *Tipos de pega-pega:*

### **Pega-vela**

Quando o pegador toca no perseguido, este deve ficar parado com a mão igual à de um louva-a-deus até que outras pessoas o soprem para ser libertado.

### **Pega-gelo**

Quando o pegador toca no perseguido, este deve ficar paralisado. A brincadeira acaba quando todos ficam paralisados. Geralmente a área da brincadeira é limitada, como um quintal de uma casa ou quadra.

### **Pega-grupo**

Quando o pegador toca em um perseguido, este também se torna um perseguidor e passa a correr atrás dos demais. Vence o último que sobrar.

### **Pega-corrente**

Quando o pegador toca em um perseguido, este forma uma corrente que pega os outros jogadores.

### **Pega-pega americano**

Quando o pegador pega o que foge, ele deve parar no lugar e abrir as pernas até que outro, que também foge, passe por baixo dele. Quando um dos que fogem é pego 3 vezes, é a vez dele ser o pegador.

### **Pega-pega salvador**

Haverá duas crianças com a bola e dois pegadores. Quando o pegador estiver pegando a criança, o salvador (que é a criança que está com a bola) deve jogar para quem está quase sendo pego. Ao pegar a bola, o pegador não pode mais pegá-lo, porque a bola é tipo um pique; 3 vezes esta pessoa será o pegador.

### **Pega-pega Niterói (RJ)**

Esta brincadeira também é conhecida como Pique-Tá ou Pique-Pega.

**Pique-cola Niterói (RJ)**

Uma criança será responsável por colar todas as outras. Quando alguém é pego, deve ficar paralisado no lugar em que foi colado e a que está com o pique continuará tentando alcançar as demais. Enquanto tenta realizar esse objetivo, a criança que está colando precisa estar atenta para que as já alcançadas não sejam descoladas pelas outras crianças que ainda não foram. A última a ser colada ficará com o pique.

**Agora o grupo deverá listar as discussões que surgiram a partir do texto e o que querem explorar envolvendo este tema.**

Adaptado de: <<http://www.obrasileirinho.com.br/brincar-criancas/brincadeira-pega-pega/>>.

**APÊNDICE P - Subtema: Bicicleta (Aluno 1; Aluno 2; Aluno 3; Aluno 4)**



**Subtema: Bicicleta**

**Grupo**

**Aluno 1**

**Aluno 2**

**Aluno 3**

**Aluno 4**

## Benefícios de andar de bicicleta

Marcos Santos/USP Imagens

Andar de bicicleta está se tornando cada vez mais uma atividade comum entre os brasileiros. A bicicleta, eleita pela ONU (Organização das Nações Unidas) como o transporte ecologicamente mais sustentável do planeta, pode ser uma alternativa para ir trabalhar ou estudar ou uma atividade benéfica para praticar nos finais de semana pelos parques ou ciclofaixas das cidades.

Segundo dados do IPEA (Instituto de Pesquisa Econômica Aplicada), cerca de 7% dos brasileiros utilizam a bicicleta como meio de transporte principal, o que contribui para a diminuição do impacto da poluição no meio ambiente.

Atualmente, diferentes projetos procuram estimular o uso de bicicletas nas cidades do país e incentivar essa atividade, que, além de melhorar a qualidade de vida e diminuir o stress, colabora para outros benefícios do corpo e da mente.

“Ao pedalar, o ciclista exerce uma força sobre os pedais que auxilia no fortalecimento de grandes grupos musculares, como das pernas, coxas e abdominais”, explica a fisioterapeuta pertencente ao Núcleo de Conhecimento Técnico da Mercur, Tânia Fleig. “Também melhora a frequência cardíaca, acelera o metabolismo, auxilia na redução do colesterol e na perda de peso”, acrescenta a profissional.

Segundo a fisioterapeuta, pedalar não exerce impacto sobre as articulações, músculos e tendões, facilitando a execução da atividade física para pessoas com problemas articulares. Também é considerada uma atividade social que pode ser realizada com amigos e familiares.

Antes de começar a pedalar, é importante consultar um profissional da saúde para avaliar o condicionamento e a resistência física, além de adquirir os acessórios necessários de proteção, como por exemplo, luvas de ciclismo, também usadas na academia, para fazer musculação. “Luvas que possuem a palma antiderrapante e abertura na parte superior facilitam a transpiração causada pelo tempo que o ciclista permanece segurando o guidão. Se forem fabricadas em Neoprene, ajudam no alívio do estresse muscular causado pelo esforço, pois retêm o calor corporal, prevenindo lesões”, finaliza a profissional.

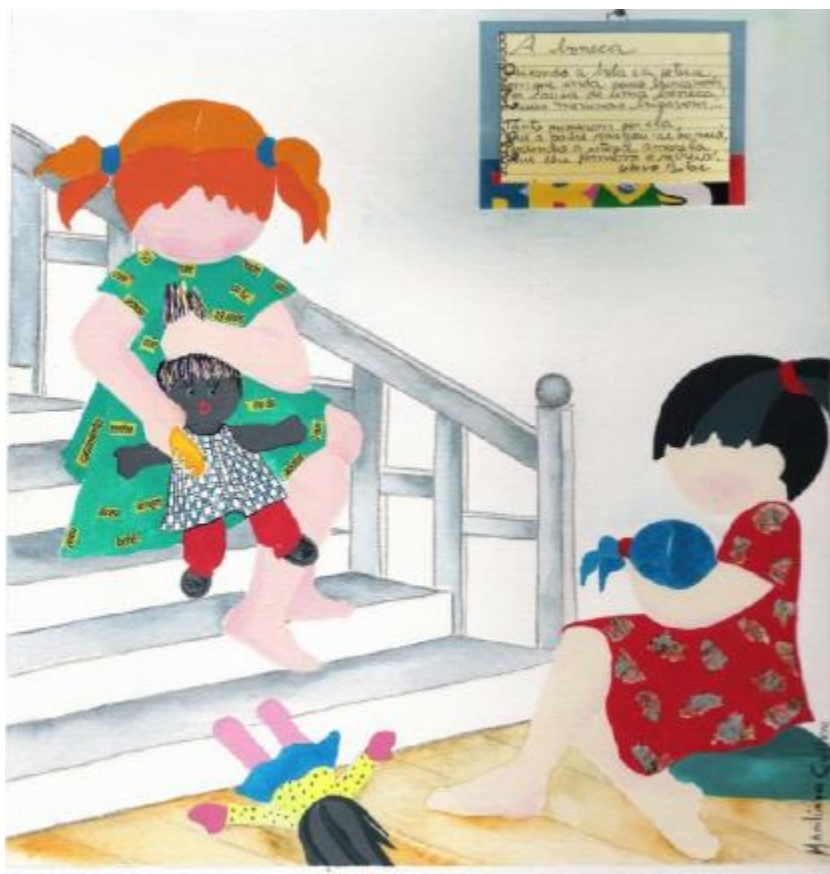
Vale lembrar que jamais se deve praticar exercício em jejum. Portanto, quando a pessoa optar por pedalar, seja na academia ou indo para o trabalho, é importante fazer uma refeição leve antes de pegar a bicicleta, além de manter a hidratação com a ingestão de água ou isotônicos. Outros detalhes precisam ser observados, caso o ciclista opte por pedalar nas ruas da cidade. Entre eles, estão:

- 1 - *Utilize roupas chamativas para evitar o risco de colisões com automóveis;*
- 2 - *O uso de capacetes e óculos também é recomendado;*
- 3 - *Nunca pedale na contramão. Ande sempre à direita da pista ou, quando houver, na ciclofaixa;*
- 4 - *Cuidado ao utilizar fones para ouvir música. É preciso ter atenção no trânsito;*
- 5 - *Leve sempre uma garrafa com água.*

**Agora o grupo deverá listar as discussões que surgiram a partir do texto e o que querem explorar envolvendo este tema.**

Adaptado de: <<http://exame.abril.com.br/estilo-de-vida/noticias/beneficios-de-andar-de-bicicleta>>.

**APÊNDICE Q - Subtema: Boneca/escolinha (Aluno 1; Aluno 2; Aluno 3; Aluno 4)**



**Subtema: Boneca/escolinha**

**Grupo**

**Aluno 1**

**Aluno 2**

**Aluno 3**

**Aluno 4**

### A importância do brincar – Porque brincar é coisa séria!

Talita Guedes Bittioli

*Só as crianças sabem o que procuram, disse o príncipezinho. Perdem tempo com uma boneca de pano, e a boneca se torna muito importante, e choram quando a gente toma...*

*– Elas são felizes... disse o guarda-chaves.*

(O pequeno príncipe – Antoine de Saint-Exupéry).

Elas são felizes... crianças são felizes!

Crianças são genuínas e sabem valorizar aquilo que realmente importa e a forma mais sincera delas demonstrarem isso é brincando.

Brincar é mais que gostoso, é fundamental. Brincar envolve aspectos emocionais, físicos, cognitivos, sociais, afetivos e motores. É importante para que a criança se desenvolva de forma adequada, integral, completa e cresça saudável, tornando-se um adulto com habilidades necessárias.

E não é preciso „inventar moda” na hora de brincar! Claro, os brinquedos sofisticados de hoje em dia são bacanérrimos, mas brincar vai muito além de tecnologia de ponta e pode ser bem simples. O importante é o brincar, não o brinquedo.

A criança fala ao brincar. Demonstra sentimentos, angústias, alegrias, medos, raiva e se expressa através de desenhos, jogos e brincadeiras diversas. É um momento só dela, em que realidade se mistura com fantasia e ela pode ser quem ela quiser. É um momento que permite a revelação de suas relações com o mundo e consigo mesma.

Percebem a importância?! Brincadeiras não existem para “distrair” crianças, passar o tempo, não são perda de tempo. Elas são essenciais, regulam os comportamentos, ensinam sobre a vida, desenvolvem habilidades, estimulam o raciocínio, trabalham os músculos e o crescimento físico, despertam emoções, exercitam a imaginação, favorecem a curiosidade, inspiram a inteligência, abrem os olhos pras diferenças, incitam a criatividade, ensinam respeito ao próximo e ao meio ambiente, auxiliam na concentração, movimentam o corpo, trabalham a socialização, apresentam o mundo! Brincar é muito sério! Brincar é um direito da criança, como apresentado na Lei 8.069, de 13 de Julho de 1990, denominada como Estatuto da Criança e do Adolescente, no Capítulo II, Art. 16º, Inciso IV.

Brincar é tão importante para a criança como trabalhar é para o adulto. É o que a torna ativa, criativa, e lhe dá oportunidade de relacionar-se com os outros; também a faz feliz e, por isso, mais propensa a ser bondosa, a amar o próximo, a ser solidária.

A criança não é um adulto que ainda não cresceu. Ela tem características próprias. Para alcançar o pensamento adulto (abstrato), ela precisa percorrer todas as etapas de seu desenvolvimento físico, cognitivo, social e emocional. Seu primeiro apoio nesse desenvolvimento é a família. Posteriormente, esse grupo se amplia com os colegas de brincadeiras e a escola.

Brincando, a criança desenvolve potencialidades: ela compara, analisa, nomeia, mede, associa, calcula, classifica, compõe, conceitua, cria, deduz etc.

Sua sociabilidade se desenvolve. Ela faz amigos, aprende a compartilhar e a respeitar o direito dos outros e as normas estabelecidas pelo grupo. Aprende a envolver-se nas atividades apenas pelo prazer de participar, sem visar recompensas nem temer castigos. Brincando, a criança estará buscando sentido para sua vida. Sua saúde física, emocional e intelectual depende, em grande parte, dessa atividade lúdica.

**Agora o grupo deverá listar as discussões que surgiram a partir do texto e o que querem explorar envolvendo este tema.**

Adaptado de: <<http://minhamaequequisse.com/2014/05/a-importancia-do-brincar/>>.

**APÊNDICE R - Questionário final**

Centro Universitário UNIVATES  
Programa de Pós-Graduação - Mestrado Profissional em Ensino de Ciências Exatas  
Mestranda: Elise Cândida Dente

**Questionário de avaliação das atividades realizadas**

**Nome:** \_\_\_\_\_

1 – Você gostou de realizar as atividades durante estes dez encontros? Justifique.

---

---

---

2 – Como você se sentiu tendo que pesquisar e buscar informações acerca do subtema de seu interesse?

---

---

---

3 – Como você avalia o trabalho em grupo? Justifique.

---

---

---

4 – Como esta maneira de abordar a Matemática lhe ajudou ou não a compreendê-la melhor? Justifique.

---

---

---